PRIMERA EDICIÓN DIGITAL

2021

MÉTODO GRÁFICO CON GEOGEBRA

Dominio y rango de funciones

PARAGUA MORALES, Melecio
ORTEGA MALLQUI, Arnulfo
GAVIDIA MEDRANO, Judith Esther
ORIHUELA GÓMEZ, Luis David

PARAGUA MORALES, Melecio
ORTEGA MALLQUI, Arnulfo
GAVIDIA MEDRANO, Judith Esther
ORIHUELA GÓMEZ, Luis David

MÉTODO GRÁFICO CON GEOGEBRA

Dominio y rango de funciones

Editor
PARAGUA MORALES, Melecio

MÉTODO GRÁFICO CON GEOGEBRA

Dominio y rango de funciones

Autores:

© **PARAGUA MORALES,** Melecio

© **ORTEGA MALLQUI,** Arnulfo

© **GAVIDIA MEDRANO,** Judith Esther

© **ORIHUELA GÓMEZ,** Luis David

Hecho el Depósito Legal en la Biblioteca Nacional del Perú N°: 2021-10782

Primera Edición Digital: Setiembre, 2021

Publicación disponible en:

https://www.unheval.edu.pe/educacion/

Editado por:

PARAGUA MORALES, Melecio

Dirección:

Jr. Constitución 232

Huánuco – Huánuco – Huánuco

Perú

ISBN: 978-612-00-6853-3

ISBN: 978-612-00-6853-3

9 786120 068533

Sobre los Autores:

Melecio Paragua Morales
Docente PDE, UNHEVAL. Carrera Profesional de Matemática y Física.
Lic. Ciencias de la Educación, especialidad Matemática y Física.
Mg. en Gestión y Planeamiento Educativo
Dr. en Educación
Dr. en Medio Ambiente y Desarrollo Sostenible
Cel. N° 945972094
E-mail: paraguamorales@gmail.com

Arnulfo Ortega Mallqui
Docente PDE de la UNHEVAL.
Carrera Profesional de Matemática y Física.
Lic. Ciencias de la Educación, especialidad Matemática y Física.
Dr. en Educación.
Cel. N° 962604977
E-mail:aortegamallqui@hotmail.com

Judith Esther Gavidia Medrano
Docente Aux. de la UNHEVAL.
Carrera Profesional de Matemática y Física.
Lic. Ciencias de la Educación, especialidad Matemática y Física.
Mg. en Gestión y Planeamiento Educativo
Cel. N° 962974114
E-mail: juesgame@hotmail.com

Luis David Orihuela Gómez
Bach. En Ciencias de la Educación, especialidad: Matemática y Física.
Cel. N° 910196973
E-mail:luchitoelunico2018@gmail.com

PRÓLOGO

El libro ***Método gráfico con GeoGebra: Dominio y rango de funciones*** es producto de un estudio hecha para la Universidad Nacional Hermilio Valdizán de Huánuco, en la cual los autores, dentro del paradigma positivista de investigación, procuran resolver el problema de aprendizaje de la determinación del ***dominio y rango de funciones*** con la aplicación del ***método gráfico con GeoGebra;*** los resultados de dicha investigación fueron informados a través de un informe final y el respectivo artículo científico a la Dirección de Investigación Universitaria (DIU).

Los resultados hallados antes, durante y al finalizar la aplicación del Método gráfico con GeoGebra fueron favorables para los estudiantes, ya que, con la presentación gráfica de las funciones, intuyen casi de manera inmediata el dominio y rango; además, la rápida presentación de la gráfica de funciones con ayuda de GeoGebra les permitía hallarlas analíticamente de manera rápida y acertada, tal como está presentado e interpretado en los resultados.

El libro, como se puede apreciar, es una buena adaptación de dicha investigación, cuya lectura y aplicación es recomendable para todos los profesionales vinculados con la enseñanza universitaria y secundaria, en sus respectivas asignaturas, ya que un estilo de aprendizaje aplicado con mucha pertinencia ayuda a obtener resultados positivos y resolver muchos problemas en la educación en general.

La estructura del texto está presentada secuencialmente, manteniendo el orden del informe final de una investigación adaptada a la forma de un libro. En cada capítulo está incluido las partes básicas de una investigación científica, expresadas en el plano práctico que servirá como guía y de mucha ayuda a los investigadores dentro del paradigma positivista en las diferentes especialidades.

En el contenido del libro se muestra el dominio teórico de los autores sobre Investigación Científica, en el paradigma positivista, y la aplicación de la Ciencia Estadística; llevándolos magistralmente a la aplicación práctica de cada uno de los ítems de la Estadística Descriptiva y la Estadística Inferencial; en este sentido, el manejo de la Estadística Aplicada lo logran de forma sencilla y entendible, y lo hacen en coherencia con la necesidad del tipo de análisis de los resultados del trabajo de campo; y hacen una interpretación pertinente a cada uno de los resultados que obtienen.

A través de todos los capítulos del libro se propicia el constructivismo, aplicado a la investigación científica, con un manejo adecuado de la ciencia estadística, tanto en la parte descriptiva como en la inferencial; es decir, el estudiante del pregrado y postgrado de todas las especialidades, a partir de este libro, tiene una guía para poder realizar su investigación y superar la propuesta teórica-práctica de los autores, por la dinámica misma del avance del conocimiento científico.

El desarrollo de todas las ciencias presenta dificultades en el proceso de su generación a través de la investigación científica, el análisis y procesamiento de los datos es uno de ellos; sin embargo, tienen un adecuado tratamiento en el libro ***Método gráfico con GeoGebra: Dominio y rango de funciones***; los autores proponen una teoría clara y precisa con la tesis misma hecha libro.

Se sabe que la investigación científica con un correcto análisis y procesamiento de los datos es el medio adecuado para acceder al conocimiento de todas las ciencias; por lo tanto, requiere de una base teórica pertinente, además de ejemplos que permitan a los principiantes encaminarse en la investigación científica, en este sentido se recomienda los libros: ISBN: 9786034518100; ISBN: 9783659022883, de los mismos autores.

Finalmente, en esta séptima publicación de los autores, ensayan una presentación teórica – práctica sobre la investigación científica con una pertinente aplicación de los estilos de aprendizaje, dirigido a temas de la asignatura de Matemáticas, donde presentan un análisis estadístico e interpretación de los datos precisos, con aplicaciones prácticas como ejemplo, que servirán de ayuda a los lectores e investigadores que la consulten.

Dra. Clorinda Macuri Rivera

PRESENTACIÓN

La matemática desde sus orígenes en el lejano oriente, luego en occidente con los babilonios y egipcios, hasta la actualidad ha evolucionado enormemente, tanto teórica, como en la aplicación práctica en la vida cotidiana, en las ciencias y la tecnología; la participación de la matemática en todos ellos, es imprescindible; además, el universo está estructurado con un lenguaje matemático, por lo tanto, explica el mundo y es un instrumento para comprenderlo. Sin embargo, una gran mayoría de personas manifiestan experiencias desagradables como ¿para qué sirve aprender matemática?, ¡me aburre la matemática!, “la matemática es difícil de aprender”, etc., probablemente sea porque la matemática en las diferentes partes del mundo sigue desarrollándose bajo la consigna: el docente brinda la mayor cantidad de información (contenidos); por ejemplo, en occidente, durante la época de oro del desarrollo de la matemática, los grandes matemáticos fueron propuestos como docentes en universidades famosas de la época, y los resultados no fueron halagadores, pues, nunca supieron ser docentes, a pesar que eran brillantes matemáticos.

En ese sentido, ***Método gráfico con GeoGebra: Dominio y rango de funciones*** es un trabajo científico sistematizado en cinco capítulos, donde el hilo de conexión entre un capítulo y otro es la secuencia del informe final de una investigación. Los autores, en este trabajo, describen minuciosamente la comprensión del concepto y definición del dominio y rango de las funciones, primero de manera analítica y luego con la ayuda de la gráfica de cada una de las funciones generadas a través del software GeoGebra.

Hallar el dominio y rango de las funciones analíticamente no es muy complicado hasta el grado dos; para funciones de grados mayores se debe tener cierto dominio del álgebra, algo que los estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física tratan de superar; por tal razón, los autores proponen el ***Método gráfico con GeoGebra***, como alternativa de solución, para determinar el ***Dominio y rango de funciones***, ya que, a partir de la gráfica pueden intuir fácilmente el dominio y rango de las funciones en estudio.

Por otra parte, ***Método gráfico con GeoGebra: Dominio y rango de funciones*** es una guía de gran valía para el lector porque, primero, en sus páginas, se describe detallada y cuidadosamente las partes importantes y críticas del informe final a partir de una investigación, segundo, proponen el ***Método gráfico con GeoGebra*** con su aplicación y respectiva explicación y, tercero, la organización de datos y la interpretación estadística es precisa y de fácil entendimiento.

Dr. Carlos Alberto Paragua Macuri

ÍNDICE

CAPÍTULO I

EL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

- Descripción del problema
- Formulación del problema
- Objetivos
- Hipótesis
- Variables
- Justificación e importancia
- Viabilidad
- Delimitación

CAPÍTULO I

EL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

1. El problema de investigación

1.1. Descripción del problema

El conocimiento de las funciones es importante no solo para las matemáticas, sino para cualquier otra ciencia que tienen que explicar los nexos que se producen de manera natural entre sus objetos de estudio, pues es una de las mejores formas de poner en correspondencia una cantidad con otra (Rodrigo, 1997).

El hombre a lo largo de su evolución en la historia ha tratado de interpretar y, sobre todo, explicar los fenómenos naturales que se producen en su entorno y a través de la astrofísica está tratando de explicar los fenómenos universales. En esta línea tuvo que pasar mucho tiempo antes de que el hombre pudiera establecer una notación útil para representar la dependencia de la característica de un objeto y otro (Skemp, 1993).

La ansiada notación lo sistematizó el matemático suizo Leonhard Euler (1707 – 1783), quien precisó el concepto de función, a la vez, realizó un estudio sistemático de todas las funciones elementales, incluyendo sus derivadas e integrales; sin embargo, el concepto mismo de función nació con las primeras relaciones observadas entre dos variables, hecho que seguramente surgió desde los inicios de la matemática en la humanidad, con civilizaciones como la babilónica, la egipcia y la china entre otros. Cabe reconocer al matemático y filósofo francés René Descartes (1596 - 1650), quien mostró en sus trabajos de geometría que tenía una idea muy clara de los conceptos de variable y función, realizando una clasificación de las curvas algebraicas según sus grados, reconociendo que los puntos de intersección de dos curvas se obtienen resolviendo, en forma simultánea, las ecuaciones que las representan; el mismo que en la actualidad sigue representando la mejor alternativa.

En el sistema educativo peruano, el mayor porcentaje de estudiantes en la etapa escolar presentan dificultades de aprendizaje, primero, en reconocer una función; y, de allí a determinar el dominio y rango de dicha función (Beltrán & Seinfeld, 2013). Si este procedimiento se trata de hacer por procesos algebraicos, entonces determinar el dominio y el rango es mucho más dificultoso. Sin embargo, existen reglas algebraicas y algunos análisis que se tienen que hacer, para hallar tanto el dominio como el rango de las funciones; además, se debe estar al tanto de muchas definiciones para poder hallarlas. Estas dificultades se presentan en los estudiantes de los diferentes niveles, inclusive, en los estudiantes de la especialidad de matemática y física de la UNHEVAL.

Se debe entender que una función entre dos conjuntos con elementos numéricos es una correspondencia tal que a cada elemento del conjunto de partida le corresponde una sola imagen del conjunto de llegada. En este sentido, también se debe entender que los valores “y” de una función, llamado los valores de la variable dependiente, representan el rango de esa función (Coronel, 2013).

El rango, como es dependiente, sólo se produce en función de los valores de “x”, llamada variable independiente; esto hace que, para determinar el rango de una función, se necesita primero saber determinar el dominio de la función; es decir, el rango de una función es el conjunto de valores que se obtiene cuando se conectan los valores de “x” en el dominio de dicha función dentro de la función y resolver para “y” (Martínez, 2013).

Lo dicho en el párrafo anterior es un tanto complicado entenderlo; peor aún, si se tiene estudiantes dispuestos a resolver ejercicios o problemas de aplicación sin importar cuál es el fundamento teórico que sustenta la acción; el estudiante está acostumbrado a aprender conductista o mecánicamente en base a la repetición o solución de varios ejemplos; sin embargo, en la investigación, de lo que se trata es que los aprendizajes se generen constructivamente.

Por lo expuesto, se propone el método gráfico para determinar el dominio y rango de las funciones con la ayuda del software GeoGebra, el mismo que permite formular la siguiente interrogante:

1.2. Formulación del problema

1.2.1. Problema general

¿En qué medida la aplicación del método gráfico mejora los niveles de aprendizaje del dominio y rango de funciones en alumnos de la carrera profesional de Matemática y Física de la UNHEVAL?

1.2.2. Problemas específicos

- ¿Cuál es el nivel de saberes previos respecto al dominio y rango de funciones?
- ¿Cuál es nivel de aprendizaje del dominio y rango de funciones durante el proceso de aplicación del método gráfico con GeoGebra?
- ¿Cuál es el nivel de aprendizaje del dominio y rango de funciones al finalizar el proceso de aplicación del método gráfico con GeoGebra?
- ¿Cuál es el nivel de aprendizaje del dominio y rango de funciones antes y después del proceso de aplicación del método gráfico con GeoGebra?
- ¿Cuál es el nivel de aprendizaje del dominio y rango de funciones con y sin la aplicación del método gráfico con GeoGebra?

1.3. Objetivos

1.3.1. Objetivo general

Probar que la aplicación del método gráfico mejora los niveles de aprendizaje del dominio y rango de funciones en alumnos de la carrera profesional de Matemática y Física de la UNHEVAL.

1.3.2. Objetivos específicos

- Determina el nivel de saberes previos respecto al dominio y rango de funciones.

- Determinar el nivel de aprendizaje del dominio y rango de funciones durante el proceso de aplicación del método gráfico con GeoGebra.
- Determinar el nivel de aprendizaje del dominio y rango de funciones al finalizar el proceso de aplicación del método gráfico con GeoGebra.
- Comparar y analizar el nivel de aprendizaje del dominio y rango de funciones antes y después del proceso de aplicación del método gráfico con GeoGebra.
- Comparar, analizar y evaluar el nivel de aprendizaje del dominio y rango de funciones con y sin la aplicación del método gráfico con GeoGebra.

1.4. Hipótesis

1.4.1. Hipótesis general

Ho: La aplicación del método gráfico no mejora los niveles de aprendizaje del dominio y rango de funciones en alumnos de la carrera profesional de Matemática y Física de la UNHEVAL.

Ha: La aplicación del método gráfico mejora los niveles de aprendizaje del dominio y rango de funciones en alumnos de la carrera profesional de Matemática y Física de la UNHEVAL.

1.5. Variables

1.5.1. Variable independiente

Método gráfico con GeoGebra.

1.5.2. Variable dependiente

Aprendizaje del dominio y rango de funciones.

1.6. Justificación e importancia

El aprendizaje del dominio y rango de funciones por el método gráfico con la ayuda del software GeoGebra es fundamental en la carrera profesional de

Matemática y Física de la UNHEVAL, porque hallarlo por procedimientos algebraicas es un tanto complicado debido al uso de operaciones abstractas que no se pueden visualizar, como sucede con la ayuda del software mencionado y ello justifican la realización de la presente investigación.

La importancia del aprendizaje del dominio y rango de funciones es, que se determina mediante una investigación, la ventaja de la aplicación de un método gráfico con la ayuda del software GeoGebra. Este acto constituye un conocimiento producto de una investigación y como tal es recreable en cualquier otro escenario con modificaciones mínimas, básicamente en el instrumento de recolección de datos.

1.7. Viabilidad

El estudio es viable, porque se cuenta con acceso a la muestra que son los estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física; además, hay voluntad de hacer la investigación y la UNHEVAL incentiva económicamente por la realización del estudio.

1.8. Delimitación

La investigación se realizó con los estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física de la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad Nacional Hermilio Valdizán durante el año académico 2018.

La ciudad universitaria está ubicada en Pillco Marca, con frente a la Avenida Universitaria N° 601 y 607, en la Región Huánuco.

Para el estudio se identificó a la variable independiente y a la variable dependiente, en consecuencia no se tuvo que controlar ningún tipo de variable interviniente ni moderadora; tampoco se tuvo dificultad para determinar la muestra, pues los investigadores tienen dominio en el manejo de los criterios de muestreo; asimismo, se elaboraron los instrumentos de recolección de datos y se procedió a su respectiva validación por el criterio de menor variabilidad; y finalmente, la respectiva prueba de hipótesis indicaba, que se tenía indicios suficientes que confirmaban que la aplicación del método gráfico generaba mejores niveles de aprendizaje en la determinación del dominio y rango de las funciones, en las unidades de análisis.

CAPÍTULO II

MARCO TEÓRICO

- **Antecedentes**
- **Bases Teóricas**
- **Definición Conceptual de Términos**

CAPÍTULO II

MARCO TEÓRICO

2. Marco teórico

2.1. Antecedentes

Dueñas, L. A. M. y otros (2017), desarrollan la tesis: El puzle hexagonal y el aprendizaje de las expresiones algebraicas en los alumnos del Colegio Nacional de Aplicación UNHEVAL – 2016; la indicada investigación es tipo explicativo y diseño cuasi experimental; ellos llegaron a la siguiente conclusión: El nivel de aprendizaje de las expresiones algebraicas con la aplicación del Puzle Hexagonal en los alumnos del 2° grado de educación secundaria del Colegio Nacional de Aplicación de la UNHEVAL, es mejor en el Grupo Experimental, respecto al Grupo de Control con una diferencia de 2,6 puntos en promedio.

Malpartida, J. J. y otros (2017), desarrollan la tesis: La yupana y el aprendizaje de la multiplicación de números enteros en los alumnos del primer grado de educación secundaria de la I. E. Illathupa – Huánuco – 2016; el estudio es de tipo explicativa, diseño cuasi experimental, y llegaron a la siguiente conclusión: El nivel de aprendizaje de la multiplicación en Z, es mejor con la aplicación de la Yupana en los alumnos del primer grado de educación secundaria de la Institución Educativa Illathupa, porque el grupo experimental, obtienen una Media = 13,75 comparativamente al grupo de control, que no recibieron la aplicación de la Yupana, Media = 8,00.

Aquino, W. K. y otros (2017), desarrollan la tesis: El geoplano y el aprendizaje de regiones poligonales en los alumnos del cuarto año de la Institución Educativa Cesar Vallejo – 2016; de tipo explicativa, diseño cuasi experimental, y llegan a la siguiente conclusión: El nivel de aprendizaje de regiones poligonales en los alumnos del 4° ”C” de educación secundaria de la

Institución Educativa Cesar Vallejo sobre regiones poligonales, con la aplicación del geoplano en el Grupo Experimental es mejor respecto al Grupo de Control con una diferencia de dos puntos en promedio.

Santillán, S. y otros (2017) desarrollan la tesis: software GeoGebra y el aprendizaje de la gráfica de funciones algebraicas en los alumnos del cuarto grado de educación secundaria del Colegio Nacional de Aplicación de la UNHEVAL; el estudio es de tipo explicativa, diseño cuasi experimental, y llegan a la siguiente conclusión: El nivel de aprendizaje de la gráfica de funciones es mejor con la aplicación de GeoGebra, porque el grupo experimental obtiene al final una Media = 14,23 en comparación al Grupo de Control que no recibió la aplicación de la variable independiente (Media = 9,25). La diferencia en el nivel de aprendizaje que se produjo es de 4,98 puntos en promedio.

Paragua, M. y otros (2015), en la investigación: El criterio de la primera y segunda derivada y el aprendizaje de la gráfica de funciones en estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física de la UNHEVAL – 2015, se propusieron mejorar el nivel de aprendizaje de la gráfica de funciones aplicando el criterio de la primera y segunda derivada, para la cual desarrollaron una investigación de tipo Explicativa y diseño cuasi experimental, con un grupo experimental y otro de control, con los estudiantes de la Escuela Profesional de Matemática y Física de la UNHEVAL. Con la finalidad de mejorar el nivel de la investigación ensayaron una prueba de hipótesis para la diferencia de dos medias, donde el valor Z de Prueba = 7,09 se ubica a la derecha de z crítica = 1,96, que es la zona de rechazo, por lo tanto, rechazaron la hipótesis nula y aceptaron la hipótesis alternativa; encontraron indicios suficientes que probaba que el uso del criterio de la primera y segunda derivada, como método, mejora el nivel de aprendizaje de la gráfica de funciones en los estudiantes de la Escuela Profesional de Matemática y Física de la UNHEVAL - 2015.

Paragua, M. y otros (2014), en la investigación: El método gráfico y el aprendizaje del dominio y rango de funciones en alumnos de la Escuela Profesional de Matemática y Física de la UNHEVAL-2014, se propusieron mejorar el nivel de aprendizaje del dominio y rango de funciones aplicando el método gráfico, para la cual desarrollaron una investigación de tipo Explicativa y diseño cuasi experimental, con un grupo experimental y otro de control, con estudiantes de la escuela profesional de Matemática y Física de la UNHEVAL. Con la finalidad de contrastar el objetivo general de la investigación ensayaron una prueba de hipótesis de la deferencia de dos medias, donde el valor Z de Prueba = 7,47 se ubicó a la derecha de z crítica = 1,96, que es la zona de rechazo, por lo tanto, rechazaron la hipótesis nula y aceptaron la hipótesis alterna; con ello probaron que el uso del método gráfico mejora el nivel de aprendizaje del dominio y rango de funciones en los estudiantes de la Escuela Profesional Matemática y Física de la UNHEVAL 2014.

Paragua, M. y Torres, N. (2013), en la investigación: Estandarización de nomenclaturas y sumillas y el aprendizaje de la estadística aplicada en la Escuela de Postgrado, UNHEVAL – 2013, se propusieron mejorar el nivel de aprendizaje de la estadística aplicada a través de la estandarización de nomenclaturas y sumillas, para la cual desarrollaron una investigación de tipo Explicativa y diseño cuasi experimental, con un grupo experimental y otro de control, con estudiantes de la Escuela de Postgrado de la UNHEVAL. Con la finalidad de mejorar el nivel de la investigación ensayaron una prueba de hipótesis de la deferencia de dos medias, donde el valor Z de Prueba = 3,72 se ubicó a la derecha de z crítica = 1,96, que es la zona de rechazo, por lo tanto, rechazaron la hipótesis nula y aceptaron la hipótesis alternativa; es decir, tuvieron indicios suficientes que probaban que la estandarización de nomenclaturas y sumillas mejoraban el nivel de aprendizaje de la Estadística aplicada en la Escuela de Postgrado de la UNHEVAL – 2013.

Rodríguez, J. (2008) desarrolla la tesis: Influencia de la aplicación del plan de acción jugando con la matemática; en ella planifica la aplicación de un estilo de aprendizaje de manera constructiva para lograr el desarrollo de capacidades en el área de matemática con los estudiantes del cuarto grado de educación secundaria de la institución educativa PNP “Basilio Ramírez Peña; llegó a la siguiente conclusión: Que el plan de acción jugando con la matemática, el nivel de desarrollo de las capacidades matemáticas, demostrado mediante la prueba estadística “t” de Student a un nivel de significancia de 5% y un valor crítico calculado de 2.684.

2.2. Bases teóricas

2.2.1. Aprendizaje del cálculo de derivadas

El proceso aprendizaje - enseñanza de la matemática resulta de suma importancia para el desarrollo de la humanidad, es así como se entiende en la actualidad; es debido a ello que siempre hay movimientos de renovación en la educación matemática impulsado por metodólogos y matemáticos, quienes propusieron sus proyectos de renovación en la generación de aprendizaje de la matemática en la educación básica, además, introdujeron un conjunto de lecciones sobre temas elementales en la matemática para la educación superior, ello crea una constante necesidad de renovación constante en el sistema educativo en matemáticas y en todos los niveles de la educación mundial.

En este sentido, la educación matemática ha sido escenario de cambios muy profundos, precisamente en el proceso aprendizaje - enseñanza, gracias a los esfuerzos de la comunidad internacional de expertos en didáctica, quienes siguen realizando estudios por encontrar estrategias metodológicas adecuadas que mejoren los niveles de aprendizaje de la ciencia matemática.

Según Freudenthal; (1991), la didáctica de una materia, no necesariamente la matemática, significa la organización de los procesos de aprendizaje -enseñanza relevantes para tal asignatura; en consecuencia, los didactas son organizadores y desarrolladores de la educación, son autores de libros de texto, son profesores de toda clase, son expertos en crearles a los estudiantes escenarios adecuados para que generen aprendizajes divirtiéndose, con el menor esfuerzo posible y con el máximo rendimiento.

En el proceso aprendizaje - enseñanza están involucrados procesos mentales muy complejos, en ese sentido, se procura comprender las estructuras mentales de los estudiantes, precisamente en el momento de generar aprendizajes, dicha comprensión, pueden ayudar a conocer mejor los modos en que el pensamiento y el aprendizaje tienen lugar. Steiner (1985), afirma que la complejidad de los problemas planteados en la didáctica de las matemáticas produce dos reacciones extremas: La primera, los que afirman que la didáctica de la matemática no puede llegar a ser un campo con fundamentación científica y, como tal, la enseñanza de la matemática es esencialmente un arte; la segunda, los que afirman la existencia de la didáctica matemática como ciencia.

La didáctica como actividad general ha tenido un amplio desarrollo en la actualidad; sin embargo, persiste la lucha entre el idealista (conductismo), que se inclina por potenciar la comprensión mediante una visión amplia de la matemática, y el práctico, que clama por el restablecimiento de las técnicas básicas en interés de la eficiencia y economía en el aprendizaje. Dichas posturas priman también en los grupos de investigadores, innovadores, así como en los profesores de matemáticas de los diferentes niveles educativos.

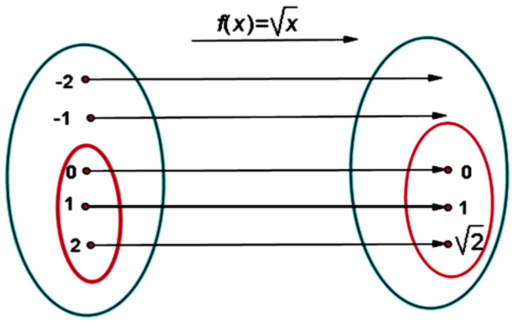
A inicios del siglo XX, los métodos tradicionales y los textos de matemática que hasta incluso hoy, están estructurados en ese paradigma, empiezan a ser superados por el constructivismo, sin embargo, aún hay falencias en el soporte de textos, debido a que su reemplazo en el mercado y las bibliotecas es lento.

En el sistema educativo peruano las matemáticas siguen desarrollándose en el marco de una enseñanza de tipo tradicional (conductista), y ante la necesidad de transmitir la mayor cantidad de contenidos, se está relegando la participación activa del estudiante, en desmedro de una adecuada generación del aprendizaje significativo.

2.2.2. Función

Una función entre dos conjuntos numéricos es una correspondencia tal que a cada número del conjunto de partida le corresponde una sola imagen del conjunto de llegada. En el gráfico siguiente se observa el comportamiento de la función raíz cuadrada de un número Real; al lado izquierdo se observa el conjunto de partida, cuyos elementos son los valores que se le ha asignado a la variable independiente “x”, y al lado derecho se observa el conjunto de llegada representado por los valores que toma la variable dependiente “y” una vez que se extrae la raíz cuadrada del valor que se le asignó a la variable “x”. Sobre la flecha que apunta de izquierda a derecha está indicada la relación matemática o la función que transforma los valores del conjunto de partida en los valores del conjunto de llegada.

Gráfico N° 01: Esquema de función



Fuente: Función $f(x) = \sqrt{x}$

Diseño: Autores

Aplicando una evaluación según la regla de correspondencia, en el grafico se observa que $f(-2) = no\ esta\ \ definido\ en\ los\ Reales$; $f(-1) = no\ está\ definido\ en\ los\ Reales$; además, $f(0) = 0$; $f(1) = 1$ y $f(2) = \sqrt{2}$.

Tanto en el gráfico conjuntista como en la evaluación, los valores (-2) y (-1) asignados a la variable “x”, no tienen imagen, en consecuencia, no son parte del dominio de la función estudiada, porque los números negativos no tienen raíces reales sino raíces imaginarias.

2.2.3. Dominio de una función

El dominio de una función está constituido por el conjunto formado por los elementos que tienen imagen; es decir, son los valores asignados a la variable “x”, se le denomina también: variable independiente. Forman el conjunto de partida. En el plano cartesiano se ubican a lo largo del eje horizontal o abscisas, leyendo como se escribe; es decir de izquierda a derecha.

2.2.4. Rango de una función

También llamado imagen; son los valores que toma la variable y, comúnmente denominado variable dependiente; la nomenclatura común es $f(x)$, en la evaluación su valor depende del valor que se le asigne a x. En el plano cartesiano se ubican a lo largo del eje vertical u ordenadas, su lectura se realiza de abajo hacia arriba.

La manera práctica para determinar el Dominio y Rango de una función es graficándolo y luego ver los valores que toman las variables x y y, de izquierda a derecha y de abajo hacia arriba, respectivamente.

2.2.5. Cálculo del dominio y rango de una función

Para el cálculo del dominio de una función se introduce el concepto de restricciones en el conjunto de los números reales (R), con la finalidad que dichas restricciones ayuden a identificar de manera más fácil la existencia del dominio de una función. Estas restricciones ayudan a identificar la existencia del dominio de una función. Entre ellas, se tiene a las siguientes:

- **Dominio de una raíz $\boldsymbol{n-}$é$\boldsymbol{sima\ de\ f(x)}$**

No existe restricción si el índice “n” es impar, pero si “n” es par, la función $f(x)$ necesariamente deberá ser mayor o igual que cero, ya que las raíces negativas no están definidas en el conjunto de los números reales.

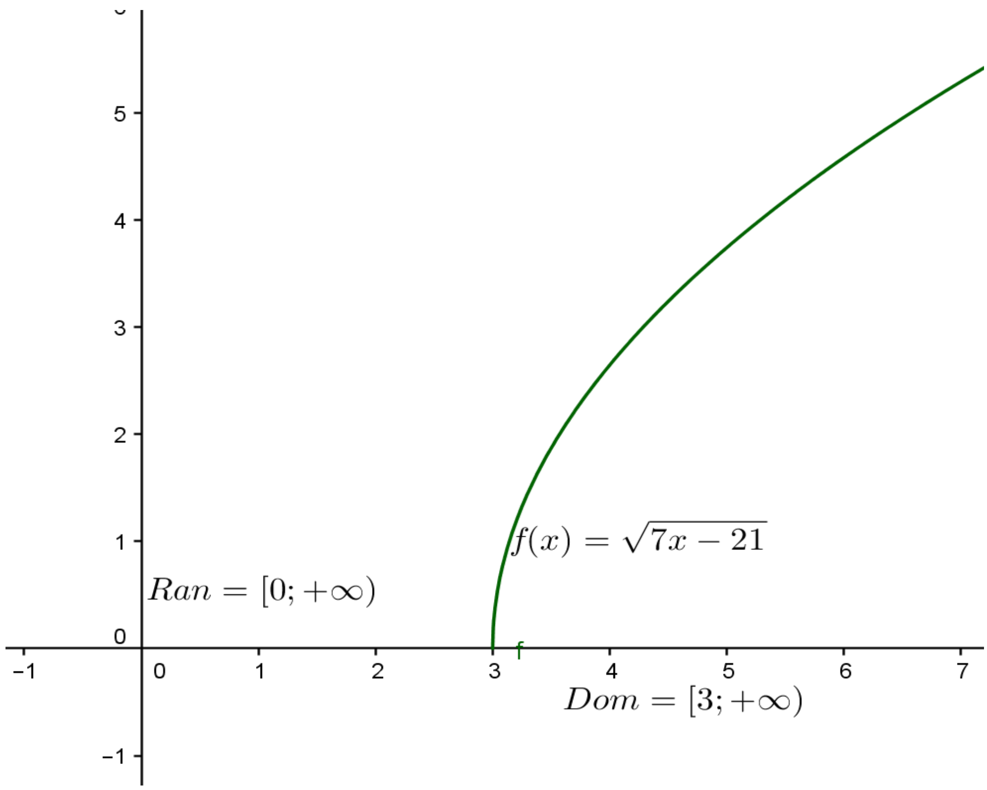
Ejemplo

Se tiene: $f(x) = \sqrt{7x - 21}$; es una función raíz cuadrada y el índice $n = 2$ de la raíz es par, por tanto, aplicando la regla de restricción se tiene: $7x - 21 \geq 0$; resolviendo la desigualdad, se obtiene: $x \geq 3$, entonces el dominio son todos los números reales en el intervalo: $[3, +\infty)$.

El rango se halla con algunos valores del intervalo por evaluación de la siguiente manera: $f(3) = 0$; $f(4) = \sqrt{7}$; $f(5) = \sqrt{14}$; $\ldots$ En consecuencia, el rango representado como intervalo es: $[0;\ +\infty)$.

Toda la deducción descrita se puede obviar con simplemente observar el siguiente gráfico, producto de haber escrito la función $f(x) = \sqrt{7x - 21}$ en el programa GeoGebra.

Gráfico N° 02. Función $f(x) = \sqrt{7x - 21}$ con el programa GeoGebra



Fuente: función $f(x) = \sqrt{7x - 21}$, diseño para la investigación

Diseño: Autores

- **Dominio de un Logaritmo de f(x)**

Al estudiar las propiedades de los logaritmos se encuentra que el logaritmo está definido solo para números positivos, en consecuencia, toda función contenida dentro de un logaritmo debe ser necesariamente mayor que cero (0); es decir, se restringe para los reales negativos y el cero.

Ejemplo:

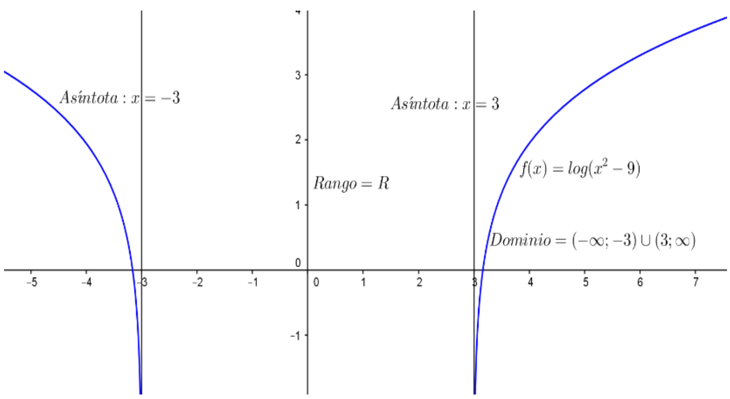
Se tiene la función: $\log(x^2 - 9)$. Como la propiedad afirma que el logaritmo solo está definido para los reales positivos; entonces, para que esta función exista, es condición indispensable que: $x^2 - 9 > 0$; resolviendo la inecuación se obtienen los puntos críticos -3 y 3, los mismos que originan tres intervalos sobre la recta real, obteniéndose las siguientes soluciones como intervalos: $x > 3$ y $x < -3$; para los valores en el intervalo $-3 \leq x \leq 3$, las evaluaciones caen dentro de la restricción.

En este sentido, la forma adecuada de representar al dominio de la función ejemplo es: $(-\infty, -3)\ U\ (3, +\infty)$.

El Rango son todos los Reales.

Las asíntotas son $x = -3$ y $x = 3$.

Gráfico N° 03. Función $f(x) = \log(x^2 - 9)$ con el programa GeoGebra



Fuente: función $f(x) = \log(x^2 - 9)$, diseño para la investigación

2.2.6. Dominio de una función racional

La ventaja de muchas propiedades matemáticas es que pueden ayudar a obtener el dominio de una función y excluir fácilmente puntos donde no se encuentran definidas las funciones; en este sentido, una función de forma fraccionaria $\frac{a}{b}, b \neq 0$, llamada racional, no estará definida cuando el denominador valga cero (0), ya que representa una indeterminación y da una tendencia al infinito.

En consecuencia, el dominio de una función racional son los números Reales, menos los valores que anulan al denominador; porque en el conjunto de los R no existe un número cuyo denominador sea cero.

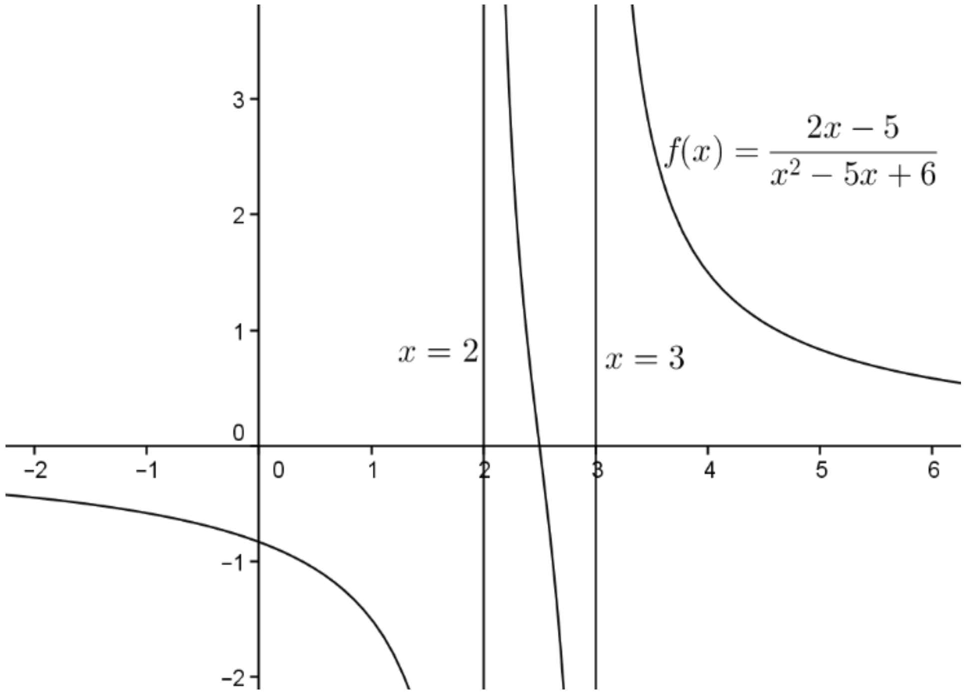
Ejemplo: $f(x) = \frac{2x-5}{x^2-5x+6}$

Hallando los valores de x en el denominador, para ello se iguala el denominador a 0; entonces: $x^2 - 5x + 6 = 0$, resolviendo x asume los valores de 2 y 3, por evaluación, dichos valores anulan al denominador, en consecuencia, la forma de escribir el dominio para función que se analizó es: $Dom = R - \{2;\ 3\}$.

En el gráfico N° 04, se observa los siguiente: la curva que se genera en el tercer cuadrante, pasa hacia el cuarto cuadrante y su asíntota es $x = 2$; y para la curva que se genera en el primer cuadrante, la asíntota es $x = 3$; y, para la curva al centro, que se prolonga del primer cuadrante hacia el cuarto cuadrante, sus asíntotas verticales son $x = 2$ y $x = 3$; esta observación del gráfico permite escribir el dominio como intervalo de la siguiente forma: $Dominio = (-\infty;\ 2)\ U\ (2;\ 3)\ U\ (3;\ \infty)$.

La observación al gráfico N° 04 también permite deducir el rango son todos los números reales: $Rango = R$.

Gráfico N° 04: Función $f(x) = \frac{2x-5}{x^2-5x+6}$ con el programa GeoGebra



Fuente: función $f(x) = \frac{2x-5}{x^2-5x+6}$ diseño para la investigación

Ejemplo de algunas funciones reales de variable real:

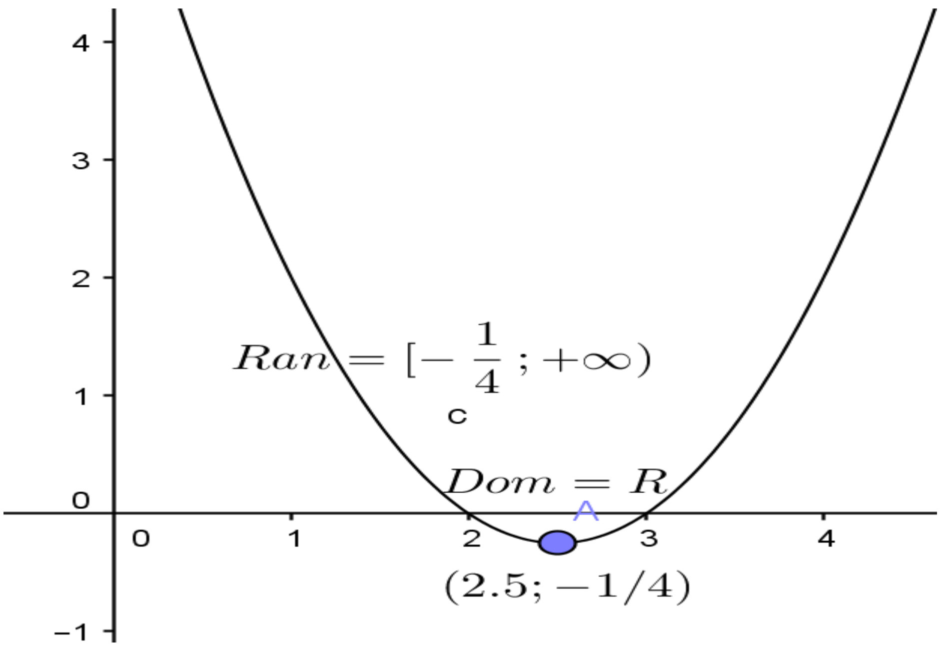
- $f(x) = x^2$ El dominio de esta función es R y no tiene restricciones.
- $f(x) = \frac{1}{x}$ El dominio de esta función es $R - \{0\}$; la función no está definida para $x = 0$.
- $f(x) = Log(x)$ El dominio de esta función es el intervalo $(0;\ \infty)$, ya que los logaritmos están definidos solo para números positivos $(x > 0)$.
- $f(x) = \sqrt{x}$ El dominio de esta función es el intervalo $[0;\ \infty)$; porque la raíz de un número negativo no existe en los R.

2.2.7. Dominio de la función polinómica entera

El dominio de una función polinómica entera es el conjunto de los R. Cualquier número real tiene imagen. Ejemplo: $f(x) = x^2 - 5x + 6$ Se observa que la función es cuadrática, la pendiente es positiva, por lo tanto, la gráfica se abre hacia arriba y tiene un punto mínimo en $(2{,}5;\ -0{,}25)$. En este caso el Dominio es el conjunto de los R y el rango está contenido en el intervalo $[-0{,}25;\ \infty)$.

En el gráfico se observa que el dominio son los números reales $(Dominio\ =\ Reales)$, y tiene un mínimo en el punto $(5/2;\ -1/4)$, en consecuencia, el $Rango = [-\frac{1}{4};\ \infty)$

Gráfico N° 05. Función $f(x) = x^2 - 5x + 6$ con el programa GeoGebra



Fuente: función $f(x) = x^2 - 5x + 6$, diseño para la investigación

2.3. Definición conceptual de términos

- **Aprendizaje del dominio y rango de funciones**

El estudiante reconoce la existencia de una relación de dependencia entre dos variables, donde a cada valor de una variable (dominio) le corresponde uno y sólo un valor de la otra variable (rango).

Es el proceso por el cual el estudiante entiende que la función es una correspondencia: como una relación en el contexto físico-real, otro, como representaciones gráficas, y como definiciones. Llega a la conclusión que los elementos del conjunto de partida es el dominio y los elementos del conjunto de llegada bajo una ley de formación, es el rango.

- **Método gráfico**

Es un procedimiento que proporciona solución gráfica a funciones desde lineales, hasta de grado n. El rendimiento es mucho mejor con la ayuda de un software como GeoGebra. Para la representación gráfica es necesario el plano cartesiano.

- **Aprendizaje**

Es el proceso mediante el cual una persona adquiere destrezas o habilidades practicas (motoras e intelectuales), incorpora contenidos informativos o adopta nuevas estrategias de conocimiento”. Garza, Rosa (1988).

- **Función**

Es una correspondencia entre dos conjuntos numéricos tal que a cada número del conjunto de partida le corresponde una sola imagen del conjunto de llegada.

Una función f de un conjunto A en un conjunto B es una regla que asigna a cada elemento de A exactamente un elemento de B. El conjunto A se denomina dominio de la función y el rango de la función es un subconjunto B formado por todos los valores asignados.

- **Dominio de una función**

El dominio de una función son aquellos valores asignados a la variable “X” que son los números reales, para los que se puede calcular la imagen $f(x)$.

- **Rango de una función**

Es el conjunto formado por las imágenes $f(x)$ de los valores de la variable “x” que pertenecen al Dominio de dicha función.

- **Función lineal**

Es una función polinómica de primer grado, su representación en el plano cartesiano es una línea recta y su forma básica es: $y = mx + b$ donde: "m" es la pendiente y "b" es el intercepto en el eje y, "x" la variable independiente y "y" la variable dependiente.

- **Función cuadrática**

Es la función que se escribe de la siguiente forma: $f(x) = ax^2 + bx + c$, donde "a", "b" y "c" son números reales cualquiera; además, "a" debe ser diferente de cero $(a \neq 0)$, ya que si es cero la función pierde la naturaleza de ser de segundo grado.

- **Función racional**

Es aquella función que puede ser expresada de la forma: $f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$, donde P y Q son polinomios, x es la variable, además, $Q \neq 0$. La palabra racional implica Razón o cociente entre dos polinomios.

- **Función radical**

Llamado también función raíz n-ésima, es la función inversa de un tipo de función elemental de potenciación. Es aquella función donde la variable independiente está bajo el signo de radicación como: $y = \sqrt{x}$, o también: $y = \sqrt{x^2 + 2x + 1}$.

CAPÍTULO III

MARCO METODOLÓGICO

- **Materiales y Métodos**
- **Tipo de Investigación**
- **Diseño y Esquema de Investigación**
- **Población y Muestra**
- **Instrumentos de Recolección de Datos**
- **Técnicas de Procesamiento y presentación de datos**

CAPÍTULO III

MARCO METODOLÓGICO

3. Materiales y métodos

3.1. Tipo de investigación

La investigación es de tipo Explicativo (Paragua, 2012), porque en el proceso de la investigación se manipula la variable independiente con la finalidad de inducir el aprendizaje esperado en las unidades de análisis; además, es reproducible en otros escenarios con ligeras contextualizaciones, como, por ejemplo, en los instrumentos de recolección de datos.

3.2. Diseño y esquema de investigación

La investigación se encuadra en un estudio Cuasi experimental según Hernández (2006), Paragua (2008), porque se trabaja con dos grupos: un grupo experimental (GE) y otro grupo de control (GC), donde se aplica una prueba de entrada (PE), una prueba de proceso (PP) y una prueba final (PF).

El esquema del diseño es el siguiente:

GE: O1----------------------x-----------------O2----------------x--------------O3
GC: O1--O2--------------------------------O3

Leyenda

GE = grupo experimental

GC = grupo de control

O1 = observación inicial

O2 = observación de proceso

O3 = observación final

X = tratamiento

3.3. Población y Muestra

3.3.1. Población

La población para el estudio estaba conformada por todos los estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física, distribuidos de la siguiente manera:

Tabla N° 01. Población de estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física

	NÚMERO DE ALUMNOS		
	VARONES	MUJERES	TOTAL
PRIMERO	13	15	28
SEGUNDO	11	12	23
TERCERO	21	13	34
CUARTO	10	08	18
QUINTO	11	14	25
			128

Fuente: Nomina de matrícula - 2018

Elaboración: Los investigadores.

3.3.2. Muestra

La muestra para el estudio fue no aleatoria, se tomó como grupo experimental a aquellos ciclos donde el investigador tenía una asignatura, con la finalidad de tener control sobre la muestra. Dicha distribución fue de la siguiente manera:

Tabla N° 02. Muestra de estudiantes del Grupo de control y Grupo experimental de la Carrera Profesional de Matemática y Física de la UNHEVAL

	NÚMERO DE ALUMNOS		TOTAL GC	TOTAL GE
	VARONES	MUJERES		
PRIMERO	13	15	28	
SEGUNDO	11	12		23
TERCERO	21	13		34
CUARTO	10	08	18	
QUINTO	11	14		25
			46	82

Fuente: Nomina de matrícula 2018

Elaboración: Los investigadores

3.4. Instrumento de recolección de datos

Se usó las pruebas de evaluación escrita, que se aplicaron durante el tiempo que duró la investigación, con la denominación de prueba de entrada (PE), prueba de proceso (PP) y prueba final (PF). Cada uno con 10 preguntas, cuya calificación se encuadra en la escala de 0 a 20 puntos.

El primero de carácter diagnóstico y como tal, las preguntas en ese sentido; la segunda prueba proporciona datos relacionados a la aplicación del método gráfico para hallar el dominio y el rango de un tipo de funciones previamente clasificados, y la tercera prueba permite opinar sobre el comportamiento grupal respecto a los niveles de aprendizaje final sobre cómo determinar el dominio de las funciones con plena aplicación del método gráfico con ayuda del software GeoGebra.

3.5. Técnicas de procesamiento y presentación de datos

Para el procesamiento y análisis de los datos obtenidos se usó:

La Estadística Aplicada, enfatizando en las medidas de tendencia central y las de dispersión para poder interpretar el comportamiento del grupo experimental respecto al aprendizaje de la determinación del dominio y rango de las funciones con la aplicación del método gráfico usando el programa GeoGebra.

Se hizo una prueba de hipótesis de la diferencia de medias, con la distribución normal z.

CAPÍTULO IV

RESULTADOS DE LA INVESTIGACIÓN

- **Dominio y Rango Analítico y Gráfico**
- **Análisis descriptivo de resultados del grupo experimental**
- **Análisis descriptivo de resultados del grupo de control**
- **Prueba de Hipótesis**

CAPÍTULO IV

RESULTADOS DE LA INVESTIGACIÓN

4. Resultados

Es importante recalcar que el estudio propuesto estaba encuadrado dentro de un diseño cuasi experimental, en consecuencia, fueron las pruebas evaluativas: de entrada, proceso y final; debidamente validados, el principal instrumento de recolección de datos; además, estaban dentro de la escala de calificación vigesimal: $[0;\ 20]$, dividido en clases iguales con la siguiente propuesta de calificación cualitativa:

$[0;\ 4)$	Aprendizaje Pésimo
$[4;\ 8)$	Aprendizaje Malo
$[8;\ 12)$	Aprendizaje Regular
$[12;\ 16)$	Aprendizaje Bueno
$[16;\ 20]$	Aprendizaje Muy Bueno

El análisis descriptivo de los resultados se hace dentro de esta escala propuesta.

También es preciso indicar que el trabajo de campo se realizó con los estudiantes de la especialidad de matemática y física de la UNHEVAL, tal como estaba especificado en la muestra y se presenta a continuación algunas aplicaciones prácticas hechas en clases por los alumnos, donde hallaron el dominio y rango, primero de manera analítica y luego lo visualizaron utilizando el programa GeoGebra.

4.1. Dominio y rango analítico y gráfico

- **Halla el Dominio y Rango de la función:** $\boldsymbol{f(x) = \sqrt{x^2 - 6x + 8}}$

El radicando tiene que ser mayor o igual a cero para estar en el campo de los números Reales. Cumpliendo con la restricción:

$x^2 - 6x + 8 \geq 0$; luego, se aplica el método de factorización:

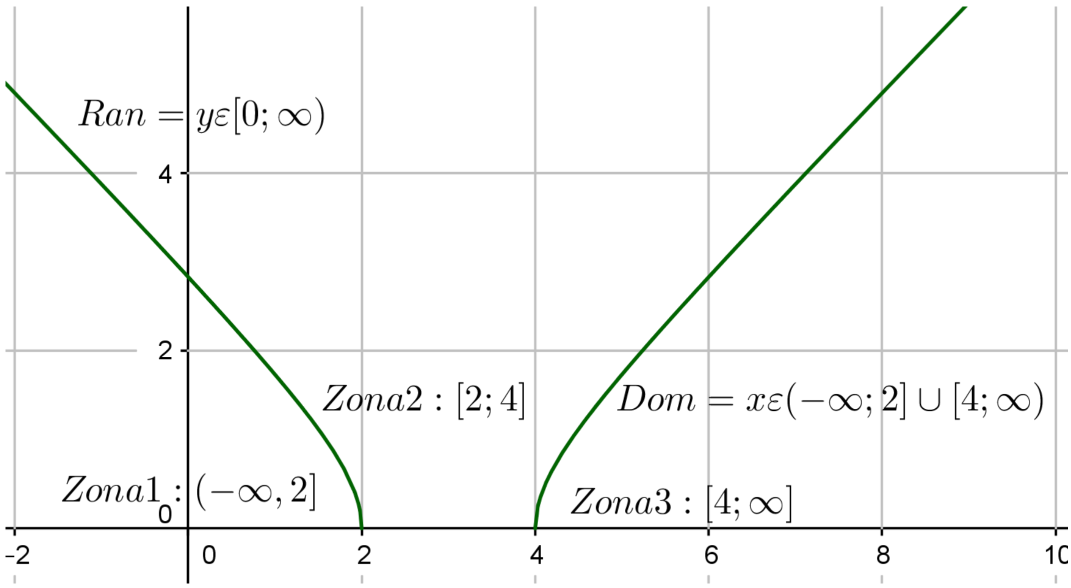
$x^2 - 6x + 8 \geq 0 \rightarrow (x-4)(x-2) = 0 \rightarrow x = 4 \; y \; x = 2,$

ellos representan los puntos críticos sobre la recta real generando tres zonas; es decir: Zona1: $(-\infty;\ 2]$; Zona 2: $[2;\ 4]$; Zona 3: $[4;\ \infty)$.

La función prueba con los valores de la Zona 1 y la Zona 3, entonces $x \in (-\infty; 2] \cup [4;\ \infty)$.

Luego el Dominio de $x \in (-\infty; 2] \cup [4;\ \infty)$. La gráfica muestra que el $Rango\ =\ [0;\ \infty)$; el mismo que se observa en el gráfico siguiente:

Gráfico Nº 06: Función $f(x) = \sqrt{x^2 - 6x + 8}$ con el programa GeoGebra



Fuente: función $f(x) = \sqrt{x^2 - 6x + 8}$

Diseño: Los investigadores

El Dominio está sobre el eje x, y pertenece al intervalo: $(-\infty; 2] \cup [4; \infty)$, y el Rango está sobre el eje y, en el intervalo: $[0; \infty)$.

El gráfico permite deducir el Dominio y Rango de manera visual; sin embargo, para la precisión matemática es necesario aplicar el método analítico que se facilita, precisamente con el gráfico.

- **Halla el Dominio y Rango de la función:** $\boldsymbol{f(x) = \sqrt{4 + 3x - x^2}}$

Se aplica la restricción a la cantidad subradical de ser mayor o igual a cero para estar en el campo de los números Reales.

Entonces: $-x^2 + 3x + 4 \geq 0$; luego $x = 4$ y $x = -1$, representan los puntos críticos sobre la recta real; como tal determinan 3 zonas en la recta real:

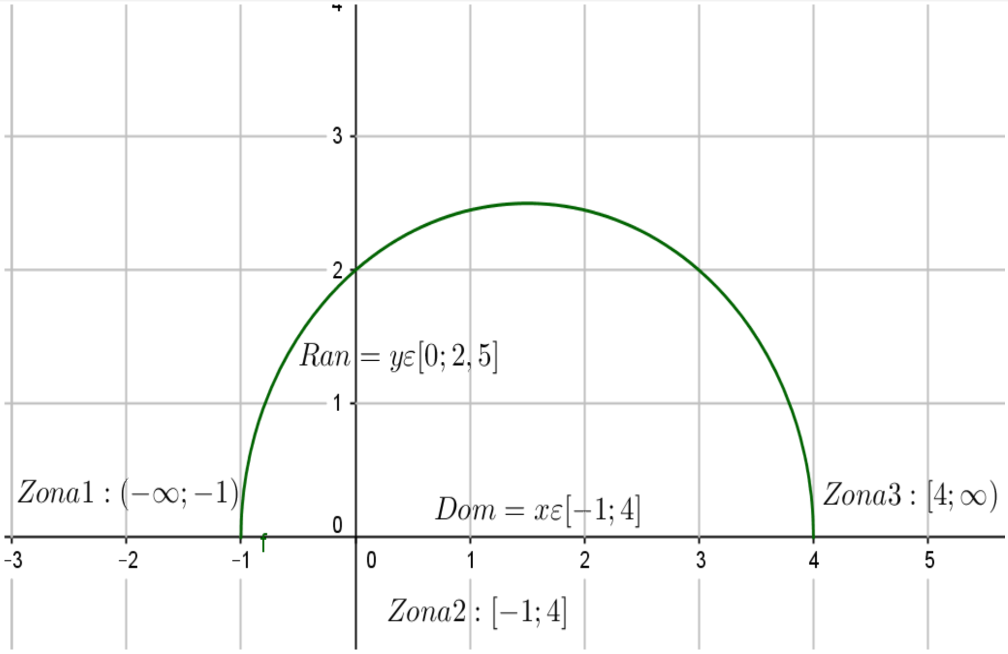
Zona1: $(-\infty; -1]$; Zona 2: $[-1; 4]$; Zona 3: $[4; \infty)$

La función prueba con los valores de la Zona 2, entonces $x \in [-1; 4]$

Luego el Dominio es: $f(x) = [-1; 4]$.

La gráfica muestra que el $Rango = y \epsilon [0; 2{,}5]$, puesto que la máxima altura de la semicircunferencia es en $y = 2{,}5$.

Gráfico Nº 07: Función $\boldsymbol{f(x) = \sqrt{4 + 3x - x^2}}$ con el programa GeoGebra



Fuente: función $f(x) = \sqrt{4+3x-x^2}$

Diseño: Los investigadores

El Dominio está sobre el eje x, y se observa que está en el intervalo: $[-1; 4]$, también se observa que el Rango está sobre el eje y, limitado al intervalo: $[0;\ 2,5]$.

Deducir a partir del gráfico el Dominio es sencillo; sin embargo, el Rango no es muy claro, una observación exhaustiva permite deducir el par ordenado: $(1,5; 2,5)$, por lo tanto: $Rango = y \in [0; 2,5]$

- **Halla el Dominio y Rango de la función:** $\boldsymbol{f(x) = \frac{\sqrt{x-6}}{x-8}}$

El radicando tiene que ser mayor o igual a cero para estar en el campo de los números Reales. Entonces: $x - 6 \geq 0$; luego $x \geq 6$ entonces $x \in [6;\ \infty)$.

En el denominador $x - 8 \neq 0 \rightarrow x \neq 8 \rightarrow x \in R - \{8\}$

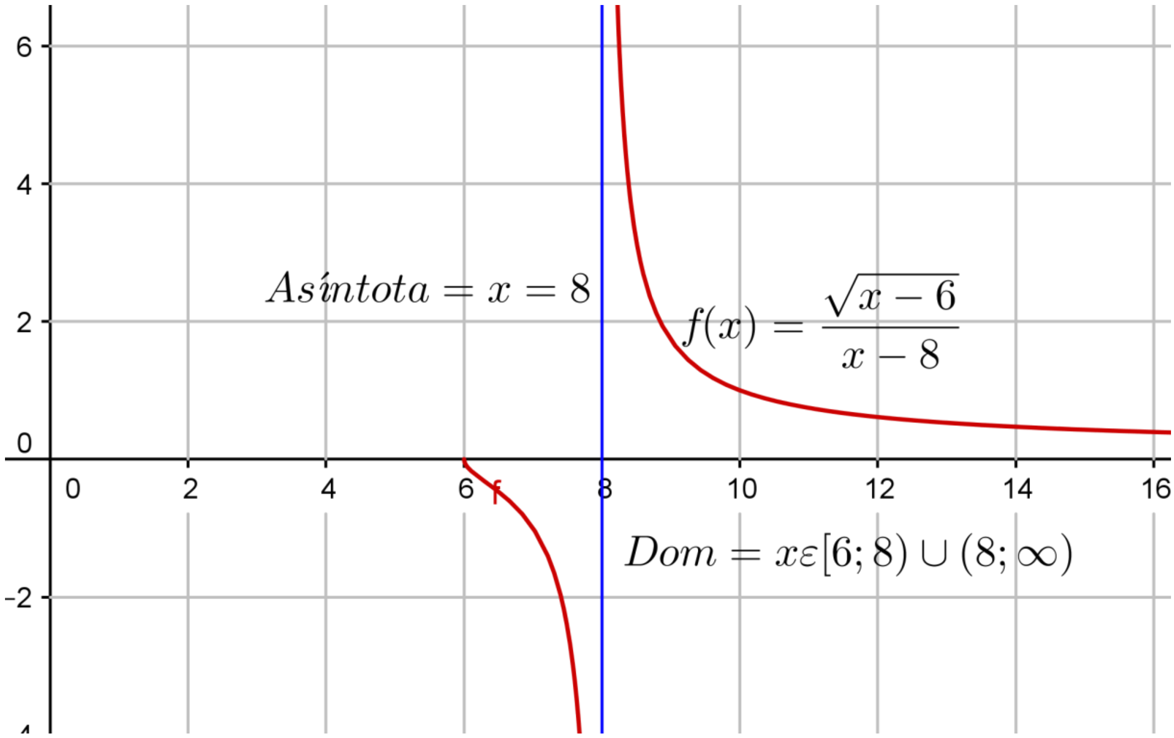
Luego el Dominio está en la intersección de ambos intervalos, es decir: $\{6;\ \infty) \cap \{R - \{8\}\} \rightarrow [6; 8) \cup (8;\ \infty)$.

Luego el $Dominio = x\varepsilon\ [6;\ 8) \cup (8;\ \infty)$ como puede observarse en la gráfica.

El Rango son los Reales.

Se indica que $x = 8$ es una asíntota vertical.

Gráfico Nº 08: Función $\boldsymbol{f(x)} = \frac{\sqrt{x-6}}{x-8}$, con el programa GeoGebra



Fuente: La función $\boldsymbol{f(x)} = \frac{\sqrt{x-6}}{x-8}$

Diseño: Los investigadores

En este caso el gráfico ayuda a deducir fácilmente el dominio y rango: Sobre el horizontal y empieza en $x = 6$ hasta el infinito, menos la asíntota 8.

El rango se observa que son todos los Reales, $Ran = y \in R$.

4.2. Análisis descriptivo de resultados

4.2.1. Análisis descriptivo del grupo experimental

Tabla N° 03. Nivel de saberes previos sobre dominio y rango de funciones del grupo experimental – matemática y física – UNHEVAL

Estadígrafos	Valor	Clases	f
Media	11,33	7	3
Mediana	11,00	9	15
Moda	10,00	11	28
Desviación estándar	2,29	13	19
Varianza de la muestra	5,24	15	15
Coeficiente. de asimetría	0,14	17	2
Rango	9,00		
Mínimo	7,00		
Máximo	16,00		
n	82,00		

Fuente: Prueba de entrada

Diseño: Los investigadores

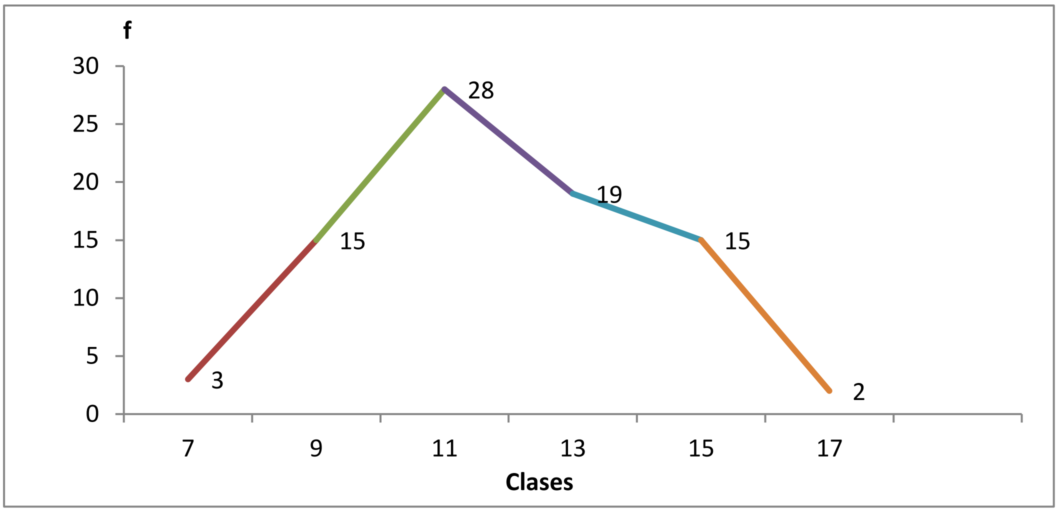
En la tabla que antecede se observa los estadígrafos con su respectivo valor; y en la tercera y cuarta columna está la respectiva distribución de frecuencias.

Según la escala propuesta el nivel de saberes previos, $Media = 11{,}33$, sobre dominio y rango de funciones en las unidades de análisis se ubicó como Regular en la escala de calificación, con una ligera tendencia a ser Bueno, esto es entendible debido a que las unidades de análisis eran estudiantes de la especialidad de matemática y física; es decir, ellos tenían los conocimientos básicos muy aceptables los temas matemáticos en general.

La desviación estándar con un valor de 2,29 indica que los niveles de saberes previos eran regularmente heterogéneos; es decir, el nivel de saberes previos individuales difería entre ellos.

El $coeficiente\ de\ asimetría\ =\ 0{,}14$ es positivo, pero bajo; lo que indica que dentro del Rango = 9, la distribución de los saberes previos es casi Normal, con una ligera tendencia hacia $Xmín\ =\ 7$.

Gráfico N° 09. Nivel de saberes previos sobre dominio y rango de funciones en estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física de la UNHEVAL GE



Fuente: Prueba de entrada

Diseño: Los investigadores

Como puede verse a simple vista el gráfico parece ser la de una distribución normal; sin embargo, el mayor apuntamiento está sobre la clase $(9 - 11]$ y de allí hacia la izquierda se ubican 46 de las 82 unidades de análisis, es por ello que el coeficiente de asimetría es positivo con un valor bajo.

Lo descrito, está confirmado por la columna de la distribución de frecuencias de la Tabla Nº 03. Lo afirmado permite hacer el siguiente contraste:

Contraste del Primer Objetivo Específico

El análisis descriptivo del nivel de saberes previos sobre dominio y rango de funciones de los estudiantes de la especialidad de matemática y física eran Regulares en su mayoría.

Tabla N° 04. Nivel de aprendizaje de dominio y rango de funciones durante el proceso de aplicación del método gráfico en los alumnos de la especialidad de matemática y física – UNHEVAL. GE

Estadígrafos	Módulo	Clases	f
Media	13,22	10	7
Mediana	13,00	12	21
Moda	14,00	14	35
Desviación estándar	1,92	16	15
Varianza de la muestra	3,68	18	4
Coeficiente. de asimetría	0,01		
Rango	9,00		
Mínimo	9,00		
Máximo	18,00		
n	82,00		

Fuente: Prueba de proceso

Diseño: Los investigadores

Al desarrollarse las clases de dominio y rango de funciones complementado con el método gráfico usando GeoGebra, lo que se logró es producir un desplazamiento del rendimiento académico indicado por $Media = 13{,}22$ de las unidades de análisis hacia la clase BUENA en la escala de calificación.

También se logró mejorar la heterogeneidad de los niveles de aprendizaje individuales, indicado por la $Desviación\ estándar = 1{,}94$ que bajó respecto a la primera observación; es decir, los niveles de aprendizaje de dominio y rango de funciones de las unidades de análisis eran homogéneas entre ellos.

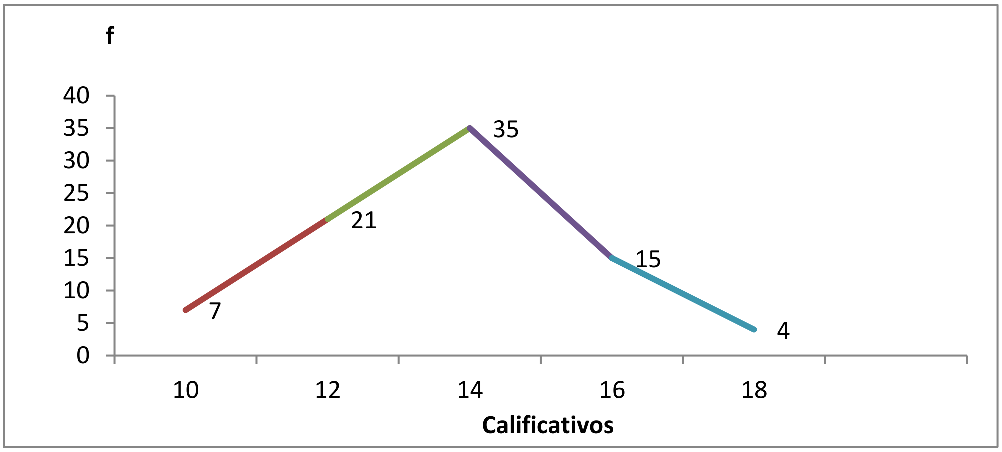
Se observa que el $Coeficiente\ de\ asimetría = 0{,}01$ ha bajado casi a niveles de cero indicando una distribución Normal de los niveles de aprendizaje de dominio y rango de funciones.

El $Rango = 9$ es igual que en la primera observación; sin embargo, el $Xmín = 9$ y $Xmáx = 18$ indican un desplazamiento hacia la derecha de dos unidades en los niveles de aprendizaje de dominio y rango de funciones de las unidades de análisis.

Contraste del Segundo Objetivo Específico

Los niveles de aprendizaje de dominio y rango de funciones mejoran durante el proceso de aplicación del método gráfico en los estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física de la UNHEVAL.

Gráfico N° 10. Nivel de aprendizaje de dominio y rango de funciones durante el proceso de aplicación del método gráfico en estudiantes de la Escuela Profesional de Matemática y Física de la UNHEVAL - GE



Fuente: Prueba de proceso. Diseño: Los investigadores

En el gráfico se observa que el mayor apuntamiento está al centro sobre la clase $(12 - 14]$, indicando una distribución Normal; sin embargo, una observación más cuidadosa hace notar que las barras del lado izquierdo son ligeramente mayores que las barras del lado derecho, eso quiere decir que los niveles de aprendizaje de dominio y rango de funciones de las unidades de aprendizaje mejoraron desplazándose de la clase Regular hacia la clase Buena y en esta nueva clase, el nivel de aprendizaje de las unidades de análisis tiende hacia $Xmín = 10$

Contraste del Segundo Objetivo Específico

El análisis descriptivo del nivel de aprendizaje de dominio y rango de funciones de los estudiantes de la especialidad de matemática y física pasaron a ser Buenas durante la aplicación del método gráfico

Tabla N° 05. Nivel de aprendizaje de dominio y rango de funciones al finalizar el proceso de aplicación del método gráfico en estudiantes de la carrera profesional de matemática y física de la UNHEVAL – GE

Estadígrafos	Módulo	Clases	f
Media	14,49	11	7
Mediana	15,00	13	18
Moda	16,00	15	29
Desviación estándar	1,98	17	23
Varianza de la muestra	3,93	19	5
Coeficiente. de asimetría	-0,09		
Rango	9,00		
Mínimo	10,00		
Máximo	19,00		
n	82,00		

Fuente: Prueba final

Diseño: Los investigadores

Al finalizar la aplicación del método gráfico para lograr un mejor aprendizaje del dominio y rango de funciones, el valor de la $Media = 14{,}49$ queda ubicado en la clase Buena con una marcada tendencia hacia $Xmáx = 19$, lo que quiere decir, que el método gráfico favorece el aprendizaje y entendimiento del tema en discusión.

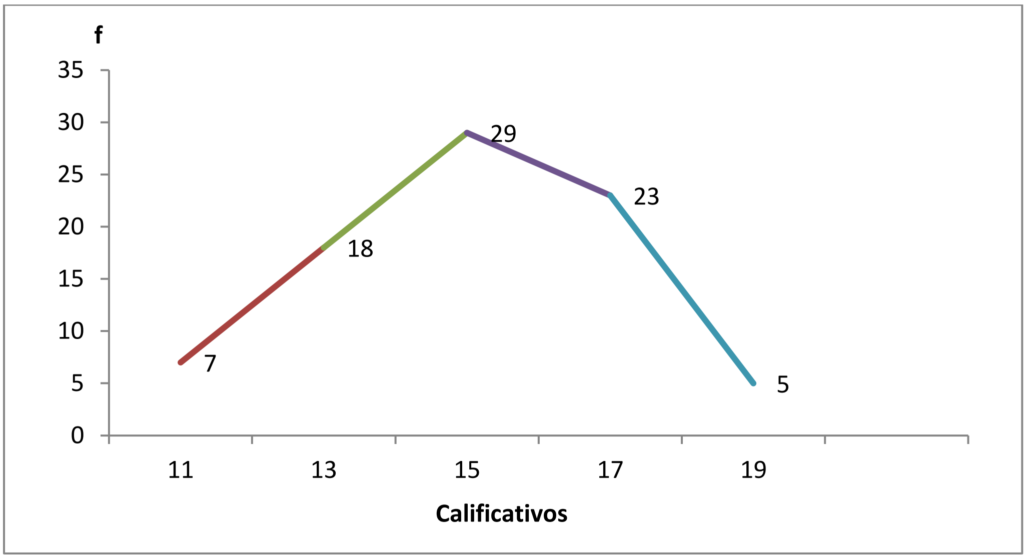
La $Desviación\ estándar = 1{,}98$ sube en seis centésimos respecto a la variabilidad producida en la observación de proceso, esto quiere decir, que las habilidades para el aprendizaje de cada uno de las unidades de análisis son únicas, eso les permite mejorar; pero cada uno en diferentes niveles.

El $Rango = 9$, ha sido constante en las tres observaciones para tres diferentes intervalos de clase.

En este último caso $Xmín = 10$ y $Xmáx = 19$, muestra el desplazamiento del nivel de rendimiento hacia la derecha o $Xmáx$.

El $Coeficiente\ de\ asimetría = -0{,}09$ es por primera vez negativo, eso quiere decir que dentro de la clase Buena los niveles de aprendizaje de las unidades de análisis tienden a la derecha o $Xmáx$, que, en este caso, para la clase es diecinueve.

Gráfico Nº 11. Nivel de aprendizaje de dominio y rango de funciones al finalizar el proceso de aplicación del método gráfico – GE



Fuente: Prueba de final

El gráfico que antecede muestra que el mayor apuntamiento está sobre la clase $(13 - 15]$, de allí hacia la derecha se encuentran ubicadas la mayoría de las unidades de análisis, 57 de 82 en total; es decir, se muestra la asimetría negativa.

Contraste de Tercer Objetivo

El análisis descriptivo del nivel de aprendizaje de dominio y rango de funciones de los estudiantes de la especialidad de matemática y física quedaron como Buenas al finalizar la aplicación del método gráfico, con una ligera tendencia hacia la clase Muy Buena.

Contraste de Cuarto Objetivo

El análisis descriptivo del nivel de aprendizaje de dominio y rango de funciones de los estudiantes de la especialidad de matemática y física indican que de $Media = 11{,}33$ pasaron a $Media = 14{,}49$; es decir, se tuvo una mejora de 3,16 puntos en promedio, mostrándose que la aplicación del método gráfico es efectiva para el aprendizaje de dominio y rango de funciones.

4.2.2. Análisis descriptivo de resultados del grupo de control

Tabla N° 06. Nivel de saberes previos sobre dominio y rango de funciones en los estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física, UNHEVAL – GC

Estadígrafos	Módulo	Clases	f
Media	10,04	7	6
Mediana	10,00	9	13
Moda	10,00	11	16
Desviación estándar	2,26	13	7
Varianza de la muestra	5,11	15	4
Coeficiente. de asimetría	0,35		
Rango	9,00		
Mínimo	6,00		
Máximo	15,00		
n	46,00		

Fuente: Prueba de entrada

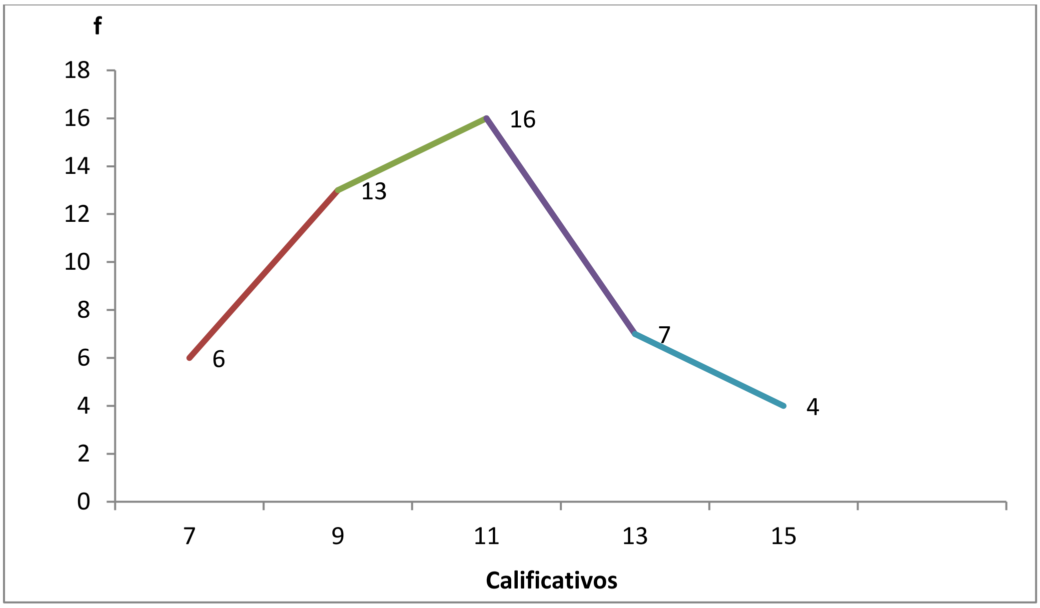
En la tabla que antecede se observa los estadígrafos y la respectiva distribución de frecuencias del nivel de saberes previos del grupo de control.

Según la escala propuesta el nivel de saberes previos de las unidades de análisis alcanzó una $Media = 10{,}04$, ubicándose en la escala de calificación sobre la clase Regular, esto es entendible, a pesar de no beneficiarse de la aplicación del método gráfico, las unidades de análisis eran estudiantes de la especialidad de matemática y física; es decir, ellos también, tenían los conocimientos básicos muy aceptables.

La desviación estándar con un valor de 2,26 indica que dichos niveles de saberes previos eran regularmente heterogéneos; es decir, el nivel de saberes previos individuales difería entre ellos, esto es evidente, porque todos son estudiantes de la especialidad y, a nivel de saberes previos ambos grupos tienen semejanzas.

El $Coeficiente\ de\ asimetría\ =\ 0{,}35$ es positivo, lo que indica que dentro del $Rango\ =\ 9$, la distribución de los saberes previos tiene una ligera tendencia hacia $Xmín\ =\ 6$.

Gráfico Nº 12: Resultado de saberes previos sobre dominio y rango de funciones en los estudiantes de la especialidad de matemática y física, UNHEVAL – GC



Fuente: Prueba de entrada

En el gráfico que antecede, el mayor apuntamiento está sobre la clase $(9 - 11]$, y es notorio que, a partir de allí hacia la izquierda, están ubicadas 35 de 46 unidades de análisis, a esto es lo que se llama: una asimetría positiva.

Tabla Nº 07: Nivel de aprendizaje de dominio y rango de funciones durante el proceso de aplicación del método gráfico en los estudiantes de la especialidad de matemática y física, UNHEVAL G C

Estadígrafos	Módulo	Clases	f
Media	11,07	7	3
Mediana	11,00	9	8
Moda	11,00	11	17
Desviación estándar	2,25	13	11
Varianza de la muestra	5,08	15	6
Coeficiente. de asimetría	-0,04		
Rango	10,00		
Mínimo	6,00		
Máximo	16,00		
n	46,00		

Fuente: Prueba de proceso

Las unidades de análisis del grupo de control no recibieron los beneficios de la aplicación del método gráfico y menos el uso de GeoGebra para tal fin; sin embargo, la $Media = 11{,}07$ indica una mejora en promedio, y es notorio el desplazamiento hacia $Xmáx = 16$, dentro de la misma clase Regular en la escala de calificación propuesto.

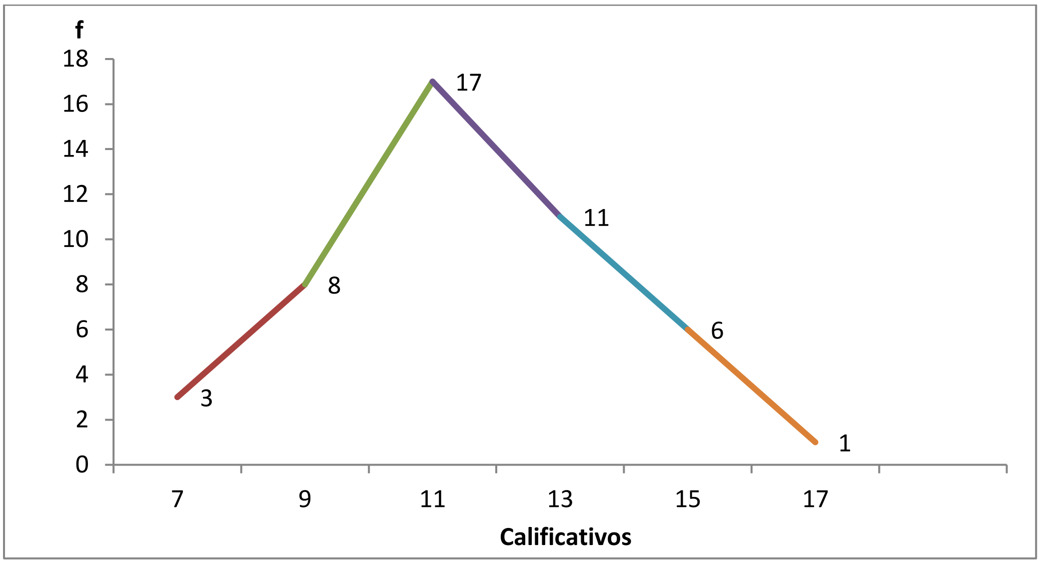
Esta mejora es entendible, porque se trata de estudiantes de la especialidad, pues ellos aprenden con la aplicación del método analítico y además gráfico por tabulación.

También han mejorado sobre la heterogeneidad de los niveles de aprendizaje individuales en un centésimo, indicado por la Desviación estándar = 2,25 respecto a la primera observación.

Se observa que el Coeficiente de asimetría = -0,04 es negativo e indica una tendencia hacía $Xmáx = 16$.

El $Rango = 10$, es mayor respecto a la primera observación; y todo ello se produce entre $Xmín = 6$ y $Xmáx = 16$, existe un desplazamiento hacia la derecha en una unidad; es decir, los niveles de aprendizaje de dominio y rango de funciones de las unidades de análisis mejoran en el nivel descrito.

Gráfico Nº 13: Aprendizaje de dominio y rango de funciones durante el proceso de aplicación del método gráfico GC



Fuente: Prueba de proceso Diseño: Los investigadores

Efectivamente el gráfico precedente pinta de manera clara la asimetría negativa; se observa que el mayor apuntamiento está sobre la clase $(9 - 11]$, y de allí hacia la derecha se encuentran ubicadas la mayoría de las unidades de análisis del grupo de control.

Tabla Nº 08: Nivel de aprendizaje de dominio y rango de funciones al finalizar el proceso de aplicación del método gráfico en los estudiantes de la especialidad de matemática y física, UNHEVAL GC

Estadígrafos	Módulo	Clases	f
Media	11,72	8	3
Mediana	12,00	10	9
Moda	12,00	12	19
Desviación estándar	2,03	14	11
Varianza de la muestra	4,12	16	4
Coeficiente. de asimetría	-0,16		
Rango	9,00		
Mínimo	7,00		
Máximo	16,00		
n	46,00		

Fuente: Prueba final Diseño: Investigadores

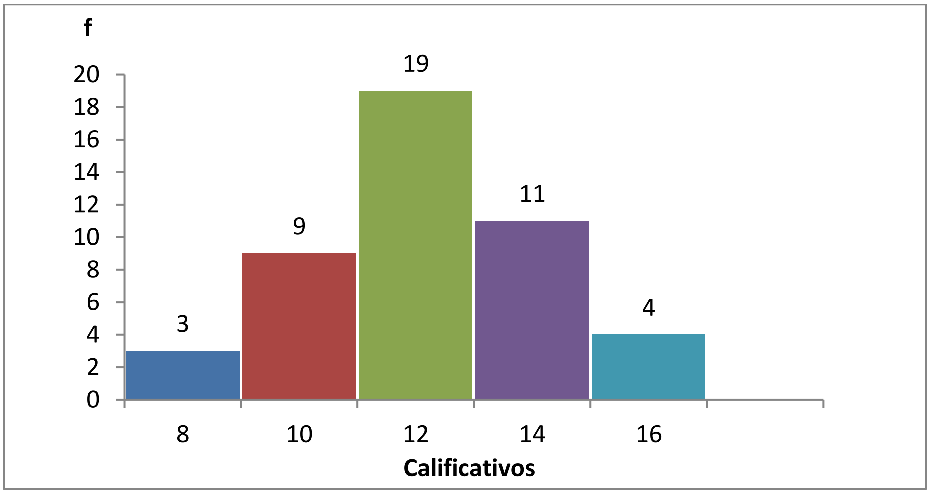
Al final de la experiencia la $Media = 11{,}72$ indica un desplazamiento aún mayor hacia $Xmáx = 16$; termina dentro de la misma clase Regular. Se podría decir que, las unidades de análisis del grupo de control tuvieron una mejora en los niveles de aprendizaje muy sostenido.

También lograron mejorar la heterogeneidad de los niveles de aprendizaje individuales, indicado por la $Desviación\ estándar = 2{,}03$ respecto a la segunda observación; en esta parte la diferencia es bastante significativa.

Se observa, además, que el $Coeficiente\ de\ asimetría = -0{,}16$ sigue negativo e indica una tendencia hacía $Xmáx = 16$; con mayor contundencia.

El $Rango = 9$ baja respecto a la segunda observación; y todo ello se produce entre $Xmín = 7$ y $Xmáx = 16$; es decir, los niveles de aprendizaje de dominio y rango de funciones de las unidades de análisis mejoran en el nivel descrito.

Gráfico Nº 14: Nivel de aprendizaje de dominio y rango de funciones al finalizar el proceso de la aplicación del método gráfico-G.C.



Fuente: Prueba final Diseño: Investigadores

En efecto, lo descrito según los estadígrafos, se observa en el gráfico precedente, pues, la asimetría negativa es más notoria; se observa que el mayor apuntamiento está sobre la clase $(10 - 12]$, de allí hacia la derecha se encuentran ubicadas la mayoría de las unidades de análisis del grupo de control.

Contraste del Quinto Objetivo Específico

El análisis descriptivo del nivel de aprendizaje de dominio y rango de funciones de los estudiantes de la especialidad de matemática y física al finalizar la aplicación del método gráfico, indica una $Media = 14{,}49$ para el grupo experimental; también indica una $Media = 11{,}72$ del grupo de control; es decir, hay una diferencia de $2{,}77$ puntos en promedio, mostrándose que la aplicación del método gráfico es efectiva para el aprendizaje de dominio y rango de funciones.

4.3. Prueba de hipótesis

4.3.1. Datos para la prueba de hipótesis

μ1 = 14,49

μ2 = 11,72

(δe)2 = 3,93

(δc)2 = 4,12

95% de confiabilidad

E = 5% como nivel de significancia, con cola a la derecha.

Z = 1,96 para 95% de confiabilidad.

4.3.2. Formulación de hipótesis

$H_0: \mu_E \leq \mu_C$

$H_A: \mu_E > \mu_C$

4.3.3. Determinación de la prueba

La hipótesis alterna indica que la prueba es unilateral de cola a la derecha, porque se trata de verificar sólo una probabilidad.

4.3.4. Determinación del nivel de significancia de la prueba

Se asume un nivel de significancia de 5% y un nivel de confiabilidad del 95%.

4.3.5. Determinación de la distribución muestral

La distribución muestral que se usa es la distribución de diferencia de medias. Además, se emplea la distribución normal z porque la muestra es a 30 unidades de análisis.

4.3.6. Cálculo del estadístico de prueba

Fórmula:

$$z = \frac{\overline{\mu_e} - \overline{\mu_c}}{\sqrt{\frac{\delta e^2}{n_1} + \frac{\delta_c^{\ 2}}{n_2}}}$$

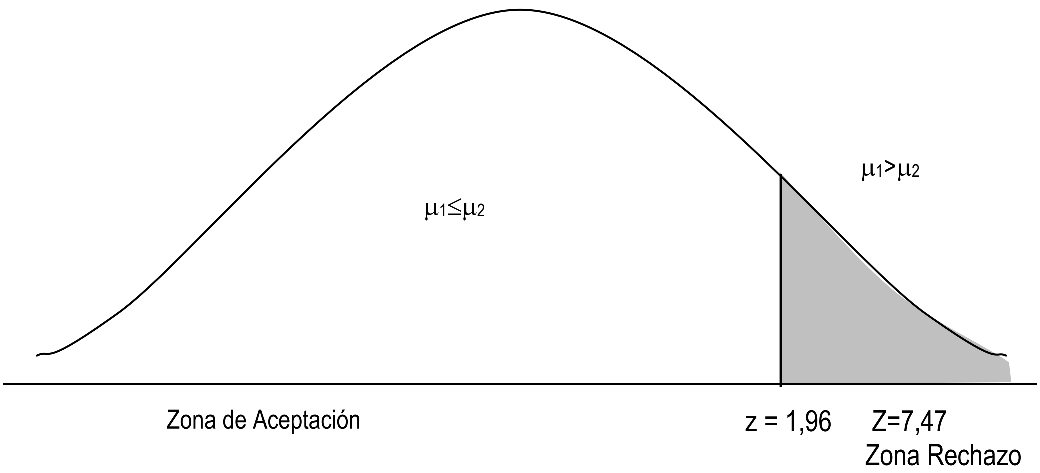
Reemplazando los datos en la fórmula.

$$z = \frac{14{,}49 - 11{,}72}{\sqrt{\frac{3{,}93}{82} + \frac{4{,}12}{46}}}$$

Luego el valor de la Z de prueba es: Z = 7,47

4.3.7. Gráfico

Gráfico Nº 15



Fuente: Distribución normal z

4.3.8. Contraste del objetivo general o hipótesis general

El valor de Z de prueba es 7,47 y en el gráfico que antecede se ubica a la derecha de z crítica, cuyo valor es 1,96; es decir, en la zona de rechazo, por lo tanto, se rechaza la hipótesis nula y se acepta la hipótesis alterna; es decir se tiene indicios suficientes que prueban que el aprendizaje de dominio y rango de funciones mejoran con la aplicación del método gráfico en los estudiantes de la especialidad de matemática y física de la UNHEVAL.

CAPÍTULO V

DISCUSIÓN DE RESULTADOS

- Discusión de Resultados
- Conclusiones
- Sugerencias

CAPÍTULO V

DISCUSIÓN DE RESULTADOS

5. Discusión de resultados

5.1. Discusión:

La problemática actual de la matemática es su aprendizaje, es debido a ello que todas las personas vinculadas con este proceso buscan las formas o estilos de aprendizaje más efectivos y si esto involucra un aprendizaje significativo, mejor aún (García, 2013).

Cabe recalcar que el aprendizaje pertinente de la matemática en la actualidad está vinculado con actividades de solución de problemas porque éstas son las herramientas que, desde siempre, se han empleado para acercar dicha disciplina al mundo real (Torres, 2016).

Casi nadie puede comprender el sentido de aprender sumas, restas, fracciones o geometría si este aprendizaje no tiene una aplicación práctica; por eso, muchas veces se escucha a los estudiantes decir que las Matemáticas no sirven para nada o que es suficiente con saber hacer las operaciones básicas; para evitar está opinión es preciso guiar el aprendizaje de la matemática de los alumnos en base a la solución de problemas vinculados con su vida cotidiana, y si este acto es esquematizado o graficado, es mucho mejor el aprendizaje.

La característica del estudiante actual es: ante un problema propuesto después de una clase teórica de suma, por ejemplo, con su respectivo ejemplo, en primera instancia se disponen a resolver el problema sin haber leído el enunciado; esto se debe, a que el proceso aprendizaje – enseñanza está basado en buscar las palabras clave de una operación como: cuánto falta, cuánto sobra, entre todos, a cada uno, en total, o en su defecto a qué tipo de problema se adecúa; todo ello no le permite la comprensión del enunciado; así hallan un número por resultado, sin explicar qué quiere decir ni a qué se refiere, y totalmente descontextualizado (Paragua, 2014).

Durante el trabajo de campo, se observó que el temor de los estudiantes hacia los problemas matemáticos no radica en la falta de conocimientos para resolverlos, sino en una mala actitud ante ellos, en la carencia de habilidades de comprensión lectora para identificar lo que se pide y en la falsa creencia de que con una sola lectura puedes estar capacitado para resolver cualquier problema, sin embargo, no es así (López, 2018).

Por ejemplo, para el dominio y rango de funciones entendieron que el dominio se ubica sobre el eje “x” y el rango, sobre el eje “y”; para las funciones polinómicas y las funciones especiales como: la lineal, idéntica, cuadrática, etc., el dominio y rango está representado por los Reales (R); sin embargo, esto visualmente es mucho más fácil y con ayuda de GeoGebra se puede ver en tiempo real la trayectoria de la función gráficamente y así poder determinar su dominio y rango.

Es por ello y con la finalidad de proporcionar a los futuros docentes de matemática y física estrategias y herramientas como un apoyo eficaz para desarrollar las competencias lógico matemáticas de los estudiantes, en el estudio se propuso el método gráfico para el aprendizaje de dominio y rango de funciones; es decir, complementar al método analítico de hallar el dominio y rango de funciones, con visualizaciones gráficas de las funciones; además, como es dificultoso hacerlo mediante la tabulación, se propuso el uso del programa GeoGebra.

Los resultados obtenidos fueron bastante alentadores, esto hace comprender que lo que se trata es de hacer intervenir en el proceso aprendizaje la mayor cantidad de sentidos posibles del estudiante durante su aprendizaje, esta acción se encamina a desarrollar el pensamiento lógico de los estudiantes y la habilidad de volcar la teoría a la aplicación práctica al momento de graficarlo.

El previo al desarrollo de todo problema debe pasar por los siguientes pasos: leer con atención el problema completo; decidir de qué o de quién se habla en el problema; dibujar una barra unidad para cada sujeto del problema; leer el problema de nuevo; esta vez deteniéndose en cada frase o en cada número, si hay más de uno por frase.

El procedimiento operativo de esta teoría se desarrolla de la siguiente manera: todo comienza con la lectura atenta del enunciado del problema; después, se decide de qué o de quién se habla en el problema. Si es necesario, se repite la lectura; se dibuja una barra unidad para cada sujeto del problema.

La barra unidad es un rectángulo muy sencillo, en donde: se ilustra la barra o las barras unidad con la información que proporciona el problema; se identifica la pregunta del problema y se ilustra; se realiza las operaciones correspondientes y se escribe el resultado en el gráfico; y finalmente, se escribe la respuesta del problema como una oración completa.

La aplicación del método grafico para la resolución de un sistema de ecuaciones lineales, se trata la de funciones lineales o de primer grado; es decir, son rectas. La operatividad del método gráfico para resolver este tipo de sistemas consiste en representar en un sistema cartesiano ambas rectas y comprobar si se intersecan y si es así, dónde es la intersección, para ello se tiene el saber previo, que, en el plano cartesiano, dos rectas sólo pueden tener tres posiciones relativas entre sí: se intersecan en un punto, son paralelos o son coincidentes.

Se debe entender que, si se intersectan en un punto, las coordenadas de este punto es el par ordenado (x, y) y es la única solución del sistema; si son paralelas, no hay par ordenado, por lo tanto, no hay solución; y, si son coincidentes, entonces hay infinitos puntos y como tales infinitas soluciones.

Se observó las ventajas del método gráfico con el siguiente ejemplo: Entre Ana y Sergio tienen 600 nuevos soles, pero Sergio tiene el doble de soles que Ana. ¿Cuánto dinero tiene cada uno?

El protocolo es el siguiente: x es el número de soles de Ana; y es el número de soles de Sergio. Las condiciones del problema son: Los dos tienen 600 nuevos soles, entonces: $x + y = 600$. Sergio tiene el doble de soles que Ana, entonces $y = 2x$.

Representación simbólica:

Si $x + y = 600$ entonces: $y = -x + 600$

Si $2x - y = 0$ entonces: $y = 2x$

Ambos tienen forma de función.

En una tabla se le asignan valores:

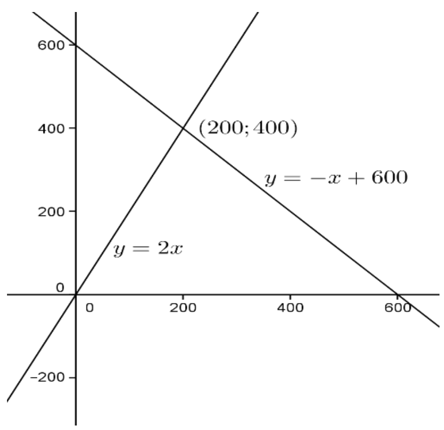
Tabla Nº 09: Planificación de resolución del problema mediante asignación de valores y tabulación

$y = -x + 600$		$y = 2x$	
x	y	x	y
200	400	100	200
600	0	200	400

Fuente: Funciones $y = -x + 600$ y $y = 2x$

Los mismos llevado al gráfico mediante GeoGebra permite visualizarlo:

Gráfico Nº 16: Funciones $y = -x + 600$ y $y = 2x$



Fuente: Tabla Nº 09

Se observa que las dos gráficas se interceptan en el punto (200; 400). La respuesta al problema es: Ana tiene 200 nuevos soles y Sergio tiene 400 nuevos soles.

Para la investigación, se observa que el gráfico de ambas funciones abarca todos los valores en el eje "x" y es lo mismo en el eje "y"; en consecuencia, el dominio y rango de ambas funciones son los Reales.

Durante el proceso de solución de problemas geométrico o matemáticos en general los estudiantes manifiestan el movimiento de su análisis mediante el cambio del enunciado, el acto explica la relación intrínseca entre pensamiento y lenguaje, y van más allá, dicho movimiento de la síntesis lo reflejan mediante una adecuada modelación gráfica del problema; eso quiere decir, que la estimulación a generar aprendizajes en los estudiantes a través de actos de graficar correctamente situaciones geométricas o matemáticas, esa forma de aprender matemática está contribuyendo al desarrollo de su pensamiento en general.

Es de mucha importancia en la asimilación de procedimientos para la solución de problemas la compresión por parte del estudiante en base a gráficos; la determinación visual de dominio y rango de funciones no es ajeno a ello.

El gráfico es una construcción en la cual se plasman las relaciones entre las magnitudes y sus valores, haciendo una depuración de todo elemento innecesario a los efectos de la solución matemática del problema.

Es importante para el estudiante entender que para esbozar una figura de análisis, es necesario tener un conjunto de conocimientos de la Geometría como: figuras, cuerpos geométricos, construcciones geométricas, etc., y un conjunto de habilidades tanto intelectuales y prácticas que le permitan, a partir de la imaginación a sintetizar en una figura o gráfico una situación dada y explicarla; sin embargo, el uso de GeoGebra baja el nivel de modelación, más no la etapa del análisis, la finalidad es determinar el dominio y rango de una función con un simple análisis visual, y que los niveles de aprendizaje sean cada vez mejores con la aplicación del método gráfico.

6. Conclusiones

- El análisis descriptivo del nivel de saberes previos sobre dominio y rango de funciones de los estudiantes de la especialidad de matemática y física eran REGULARES en su mayoría.
- El análisis descriptivo del nivel de aprendizaje de dominio y rango de funciones de los estudiantes de la especialidad de matemática y física pasaron a ser BUENAS durante la aplicación del método gráfico.
- El análisis descriptivo del nivel de aprendizaje de dominio y rango de funciones de los estudiantes de la especialidad de matemática y física quedaron como BUENAS al finalizar la aplicación del método gráfico, con una ligera tendencia hacia la clase Muy Buena.
- El análisis descriptivo del nivel de aprendizaje de dominio y rango de funciones de los estudiantes de la especialidad de matemática y física indican que de Media = 11,33 pasaron a Media = 14,49; es decir, se tuvo una mejora de 3,16 puntos en promedio, mostrándose que la aplicación del método gráfico es efectiva para el aprendizaje de dominio y rango de funciones.
- El análisis descriptivo del nivel de aprendizaje de dominio y rango de funciones de los estudiantes de la especialidad de matemática y física al finalizar la aplicación del método gráfico, indica una Media = 14,49 para el grupo experimental; también indica una Media = 11,72 del grupo de control; es decir, hay una diferencia de 2,77 puntos en promedio, mostrándose que la aplicación del método gráfico es efectiva para el aprendizaje de dominio y rango de funciones.
- Respecto a la hipótesis alterna se concluye: Se tiene indicios suficientes que prueban que el aprendizaje de dominio y rango de funciones mejoran con la aplicación del método gráfico en los estudiantes de la especialidad de matemática y física de la UNHEVAL – 2014.

7. Sugerencias

- Se sugiere hacer el análisis descriptivo del nivel de saberes previos sobre dominio y rango de funciones de los alumnos de la especialidad de matemática y física porque permite diagnosticarlos.
- Se sugiere medir el nivel de aprendizaje de dominio y rango de funciones de los alumnos de la especialidad de matemática y física, lo cual permite saber si la aplicación del método gráfico es efectiva o no.
- Se sugiere medir el nivel de aprendizaje de dominio y rango de funciones de los alumnos de la especialidad de matemática y física al finalizar la aplicación del método gráfico, permite comparar y establecer diferencias entre niveles de aprendizaje del grupo experimental y grupo de control.
- Se sugiere comparar el nivel de aprendizaje de dominio y rango de funciones inicial y final, de los alumnos de la especialidad de matemática y física, porque permite evaluar el nivel de efectividad de la alternativa de solución propuesta en la investigación para el grupo experimental.
- Se sugiere comparar el nivel de aprendizaje de dominio y rango de funciones finales, de los alumnos de la especialidad de matemática y física, porque permite evaluar el nivel de efectividad de la alternativa de solución propuesta en la investigación, entre el grupo experimental y grupo de control.
- Se sugiere realizar prueba de hipótesis porque permite hallar los indicios suficientes que prueban que el aprendizaje de dominio y rango de funciones mejoran con la aplicación del método gráfico en los alumnos de la especialidad de matemática y física de la UNHEVAL, con ello se prueba la hipótesis de investigación propuesta.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Aquino, W.K., Carlos, N. & Soto, E. (2017). El geoplano y el aprendizaje de regiones poligonales en los alumnos del cuarto año de la I. E. Cesar Vallejo – 2016. Tesis. UNHEVAL. Huánuco. Perú.
- Buendía, L. (1997). Métodos de Investigación en Psicopedagogía. Edit. Mc-Graw Hill. España.
- Calero, M. (2000). Metodología Activa para Aprender y Enseñar Mejor. Perú: Edit. San Marcos.
- Céspedes, Q.N. (2008), desarrolla la tesis: La pedagogía interactiva y su influencia en el nivel de logro del aprendizaje significativo de los alumnos del PEBAFA del ciclo avanzado del CEBA Leoncio Prado Gutiérrez. Huánuco. Perú.
- Chirinos, R. (2003). *Nuevo Manual Constructivismo.* Lima.
- Dikson, L. y otros (1995). *El Aprendizaje de las Matemáticas.* Barcelona: MEC. Labor.
- Dueñas, L.A.M., Escobal, R.A. & Mejía, M.R. (2016). El puzzle hexagonal y el aprendizaje de las expresiones algebraicas en los alumnos del Colegio Nacional de Aplicación UNHEVAL–2016. Tesis. UNHEVAL. Huánuco. Perú.
- García, J. Á. (2013). Reflexiones sobre los estilos de aprendizaje y el aprendizaje del Cálculo para ingeniería. *Revista Electrónica "Actualidades Investigativas en Educación", vol. 13, núm. 1, pp. 1-28*. Universidad de Costa Rica. Publicado en: https://www.redalyc.org/pdf/447/44725654013.pdf
- Hernández, R. (2008). Metodología de la Investigación. Edit. McGraw. Hill. Colombia.
- Howard, C. (1999). Estadística paso a paso. Editorial Trillas. México.
- Jiménez, V. (1990). *Como Lograr una Enseñanza Activa de la Matemática.* Barcelona: Ediciones CEAC.
- Ladera, V. (2001). *Metodología Activa de la Matemática.* Abedul.
- Kerlinger, F. (1992). Investigación del comportamiento. Edit. McGraw-Hill. México.
- López, M. S. (2018). *Déficit de atención de la lectura y su incidencia en el desarrollo académico de los estudiantes del tercer año de básica la Unidad Educativa" Eugenio Espejo" de la ciudad de Babahoyo provincia de los Ríos*. (tesis de Pregrado). Universidad Técnica de Babahoyo. Publicado en:

http://dspace.utb.edu.ec/bitstream/handle/49000/5352/P-UTB-FCJSE-EBAS-000260.pdf?sequence=1

- Malpartida, J.J., Meramendi, L.L., & Meza, R.B. (2016). La yupana y el aprendizaje de la multiplicación de números enteros en los alumnos del primer grado de educación secundaria de la I. E. Illathupa – Huánuco – 2016. Tesis. UNHEVAL. Huánuco. Perú.
- Paragua, M. (2014). Investigación Científica. Educación Ambiental con Análisis Estadístico. ISBN: 978-3-659-02288-3. Editorial Académica Española.
- Paragua, M. (2012). Investigación Científica Aplicada a la Educación Ambiental con Análisis Estadístico. ISBN: 978-9972-602-73-3. Editado por Sociedad Geográfica de Lima. Primera Edición. Ibegraf. Lima.
- Paragua, M. y Otros. (2008). Investigación Educativa. ISNB: 978-603-45181-0-0. JTP Editores E. I. R. L. Huánuco. Perú.
- Paragua, M. & Rojas, A. (2002). Posicionamiento de los centros educativos. Depósito Legal: 1001012003-3291. Delta Editores. Huánuco. Perú.
- Paragua, M. (2014). El método gráfico y el aprendizaje del dominio y rango de funciones en alumnos de la carrera profesional de matemática y física de la UNHEVAL. *Investigación Valdizana, vol. 8, núm. 2, pp. 52-61*. Universidad Nacional Hermilio Valdizán. Perú. Publicado en: https://www.redalyc.org/pdf/5860/586061891008.pdf
- Ríos, S. (1997). Iniciación Estadística. Editorial Paraninfo.
- Rodrigo, M. J. (1997). *La construcción del conocimiento escolar*. Paidós. Barcelona. http://www.terras.edu.ar/biblioteca/3/EEDU_Lacasa_Unidad_1.pdf
- Sánchez, H. (1996). Metodología y diseños en la Investigación. Editorial Mantaro.
- Santillán, S., Mariano, Z.E., & Santos, L. (2017) desarrollan la tesis: software GeoGebra y el aprendizaje de la gráfica de funciones algebraicas en los alumnos del cuarto grado de educación secundaria del Colegio Nacional de Aplicación de la UNHEVAL. Huánuco. Perú.
- Sierra, R. (1984). *Ciencias Sociales, Epistemología, Lógica y Metodología.* Madrid: Edit. Paraninfo.
- Tafur, R. (1995). La Tesis Universitaria. Edit. Mantaro. Lima.
- Webster, A. (2000). Estadística Aplicada a los Negocios y a la Economía. McGraw-Hill.

- Sierra, R. (1984). *Ciencias Sociales, Epistemología, Lógica y Metodología.* Madrid: Edit. Paraninfo.
- Skemp, R. R. (1993). *Psicología del aprendizaje de las matemáticas* (Vol. 15). Ediciones Morata.
- Beltrán, B., & Seinfeld, J. (2013). *La trampa educativa en el Perú: cuando la educación llega a muchos, pero sirve a pocos*. Universidad Pacifico.
- Coronel, R. M. (2013). *Propuesta para mejorar la comprensión del lenguaje matemático de funciones lineales mediante el manejo de terminología especializada con perspectiva semántica*. http://dspace.ucuenca.edu.ec/bitstream/123456789/4912/1/TESIS.pdf
- Martínez, J. N. (2013). *Apropiación del concepto de función usando el software GeoGebra.* U. N. de Colombia. http://www.bdigital.unal.edu.co/9498/1/8411011.2013.pdf
- Torres, C. (2016). *Creación de problemas sobre funciones cuadráticas por profesores en servicio, mediante una estrategia que integra nociones del análisis didáctico*. (tesis de Maestría). Pontificia Universidad Católica del Perú.

ANEXOS

CASO 1:

Corresponde al proyecto de tesis presentado por el Dr. Melecio Paragua Morales a la Dirección Universitaria de Investigación de la UNHEVAL – 2017.

CASO 2:

Corresponde al proyecto de tesis presentado por el Bach. Luis David Orihuela Gómez y asesorado por el Dr. Melecio Paragua Morales.

CASO 1:

UNIVERSIDAD NACIONAL HERMILIO VALDIZÁN

FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

CARRERA PROFESIONAL DE MATEMÁTICA Y FÍSICA

PROYECTO DE INVESTIGACIÓN

===

Sumas y restas y el desarrollo del cálculo mental en estudiantes de la Escuela Profesional de Matemática y Física - UNHEVAL-2017

===

AUTOR

PARAGUA MORALES, MELECIO

COLABORADORES:

- Paragua Macuri, Carlos Alberto
- Paragua Macuri, Melissa Gabriela

Huánuco – Perú

1. El problema de investigación

1.1. Descripción del problema.

En la Escuela Profesional de Matemática y Física se ha observado que los futuros docentes, tienen dificultades en el dominio de las operaciones básicas, en cualquier circunstancia y el nivel de ejercicio o problema que tienen al frente, siempre recurren a la calculadora; ese comportamiento lo muestran desde los inicios de su educación.

Al respecto UNICEF (2007), manifiesta que: "Cada ciclo de la escuela primaria tiene propósitos y rasgos característicos, que son objeto de trabajo para los docentes, en función de la elaboración de un proyecto compartido institucionalmente y que favorezca la articulación entre años y ciclos. (…), el primer ciclo debe garantizar una enseñanza de los números, las operaciones y el tratamiento de la información que permita a los niños y niñas: la elaboración de estrategias personales para la resolución de situaciones problemáticas; la comunicación de los procedimientos utilizados y resultados obtenidos (…); el control de los resultados obtenidos (…); en la resolución de situaciones problemáticas; (…)".

Todo ello permite a los estudiantes a iniciarse en la comprensión del sistema de numeración; por lo tanto, la utilización, la construcción del sentido de las operaciones básicas y, dentro de ellas, la identificación de estrategias de cálculo y distintas operaciones que permiten resolver un mismo problema, fundamenta el desarrollo del cálculo mental en ellos; luego, utilizarán y elaborarán diferentes estrategias de cálculo mental, entendiendo el algoritmo de la suma, resta, multiplicación y la división.

El sistema educativo peruano está diseñado para llevar a los usuarios de la educación primaria a una automatización en el uso y aplicación de los algoritmos de las operaciones básicas, primero, y luego, en todos los temas y grados en que se puedan usar. Por ejemplo, una primera estrategia de aprendizaje de las operaciones básicas es recitando las tablas, al menos en la educación pública es muy aplicada masivamente.

En la educación privada la recitación es cantando y con la ayuda de algunas mnemotecnias que también es incluida en el canto; se agrega a esto, la educación personalizada en lo posible, dependiendo del número de estudiantes en el aula. Los docentes actuales aprendieron así y cuando son docentes titulados de matemática, el ejercicio profesional lo hacen de la misma forma como ellos se hicieron; no existe o no han desarrollado la capacidad de innovación. En la UNHEVAL, en la mayoría de facultades, se dice que se aplica el currículo por competencias; sin embargo, los docentes aún no han entendido conceptualmente qué es, y algo que se desconoce no se puede manipular y menos aplicar; por lo que aún se enseña y se evalúa conductistamente.

Un ejemplo ante lo dicho de UNICEF (2007), es lo siguiente: "(…), ante la resolución de la resta 34 – 26, muchos niños y niñas cometen el error de restar "el mayor menos el menor": 3 – 2 = 1 y 6 – 4 = 2, obteniendo como resultado de la operación 12, y se pierde de vista que la resta consiste en restar todas las cantidades del minuendo (menos) del sustraendo".

Aquí el estudiante no cometió error alguno, es más, entendió literalmente a su profesor de matemática: *en la resta es el mayor menos el menor*, este concepto es adaptado por el niño o la niña en el caso de la cita; la información del docente debe haber enfatizado: el minuendo menos el sustraendo.

En el estudio se espera el compromiso de los estudiantes de la Escuela Profesional de Matemática y Física, de aprender la Matemática de tal forma que le permita un ejercicio profesional innovador; lo dicho permite formular la siguiente interrogante.

1.2. Formulación del problema

1.2.1. Problema general

¿En qué medida la aplicación de sumas y restas mejorará el desarrollo del cálculo mental en estudiantes de la Escuela Profesional de Matemática y Física - UNHEVAL-2017?

1.2.2. Problemas específicos

- ¿Cuál es el nivel inicial de desarrollo, respecto al cálculo mental en estudiantes de la carrera profesional de Matemática y Física - UNHEVAL-2017?
- ¿Cuál es el nivel de desarrollo del cálculo mental durante la aplicación de sumas y restas en estudiantes de la Escuela Profesional de Matemática y Física - UNHEVAL-2017?
- ¿Cuál es el nivel de desarrollo del cálculo mental al finalizar la aplicación de sumas y restas en estudiantes de la Escuela Profesional de Matemática y Física - UNHEVAL-2017?
- ¿Cuál es el nivel de desarrollo del cálculo mental antes y después de la aplicación de sumas y restas en estudiantes de la Escuela Profesional de Matemática y Física - UNHEVAL-2017?
- ¿Cuál es el nivel de desarrollo del cálculo mental con y sin la aplicación de sumas y restas en estudiantes de la Escuela Profesional de Matemática y Física - UNHEVAL-2017?

1.3. Objetivos

1.3.1. Objetivo general

Probar que la aplicación de sumas y restas mejorará el desarrollo del cálculo mental en estudiantes de la Escuela Profesional de Matemática y Física - UNHEVAL-2017.

1.3.2. Objetivos específicos

- Determinar el nivel inicial de desarrollo respecto al cálculo mental en estudiantes de la Escuela Profesional de Matemática y Física - UNHEVAL-2017.
- Determinar el nivel de desarrollo del cálculo mental durante la aplicación de sumas y restas en estudiantes de la Escuela Profesional de Matemática y Física - UNHEVAL-2017.
- Determinar el nivel de desarrollo del cálculo mental al finalizar la aplicación de sumas y restas en estudiantes de la Escuela Profesional de Matemática y Física - UNHEVAL-2017.

- Comparar, analizar y evaluar el nivel de desarrollo del cálculo mental antes y después de la aplicación de sumas y restas en estudiantes de la Escuela Profesional de Matemática y Física - UNHEVAL-2017.
- Comparar, analizar y evaluar el nivel de desarrollo del cálculo mental con y sin la aplicación de sumas y restas en estudiantes de la Escuela Profesional de Matemática y Física - UNHEVAL-2017.

1.4. Hipótesis

1.4.1. Hipótesis General

- **Ho:** La aplicación de sumas y restas no mejorará el desarrollo del cálculo mental en estudiantes de la Escuela Profesional de Matemática y Física - UNHEVAL-2017.
- **Ha:** La aplicación de sumas y restas mejorará el desarrollo del cálculo mental en estudiantes de la Escuela Profesional de Matemática y Física - UNHEVAL-2017.

1.5. Variable

1.5.1. Variable Independiente:

Sumas y restas.

1.5.2. Variable Dependiente:

Desarrollo del cálculo mental.

1.6. Justificación e importancia

El desarrollo del cálculo mental en los estudiantes desde temprana edad es muy importante; sin embargo, ante cualquier falencia, tratar de corregirlo en lo formación profesional justifica la aplicación de la estrategia propuesta en la UNHEVAL; ello es importante para los estudiantes de la Escuela Profesional de Matemática y Física, quienes a su vez desarrollarán su capacidad de análisis con el uso y aplicación de las propiedades, teoremas y axiomas que respaldan a los temas matemáticos propuestos; se espera que todo ello llevado a la aplicación práctica, permitirá al estudiante una sólida formación profesional y una y rápida adaptación al ejercicio profesional.

La importancia del nivel de desarrollo del cálculo mental con la aplicación de sumas y restas, es que se determinará mediante una investigación las ventajas de la aplicación in situ durante la mencionada propuesta; es importante entender que es un conocimiento producto de una investigación y, como tal, es recreable en cualquier otro entorno con una ligera contextualización de los instrumentos de recolección de datos.

1.7. Viabilidad

El estudio es viable porque se contará con el manejo de la muestra que serán los estudiantes de la Escuela Profesional de Matemática y Física, donde labora el autor de la investigación.

1.8. Delimitación

La investigación se realizará con los estudiantes de la Escuela Profesional de Matemática y Física durante el año académico 2017.

2. Marco teórico

2.1. Antecedentes

- Paragua, M. y otros, (2016) en la investigación: Los cuatro pasos para determinar $f'(x)$ y el aprendizaje del cálculo de la derivada en alumnos de la Escuela Profesional de Matemática y Física de la UNHEVAL-2016, se propusieron mejorar el nivel de aprendizaje del cálculo de la derivada por definición, aplicando los cuatro pasos para determinar $f'(x)$, para ello desarrollaron una investigación de tipo explicativo y diseño cuasi experimental, con un grupo experimental y otro de control, con estudiantes de la especialidad de Matemática y Física de la UNHEVAL. Con la finalidad de mejorar el nivel de la investigación ensayaron una prueba de hipótesis de diferencia de dos medias; donde, el valor Z de Prueba = 7,09 se ubica a la derecha de z crítica = 1,96, que es la zona de rechazo; por lo tanto, rechazaron la hipótesis nula y aceptaron la hipótesis alternativa; probando que la aplicación de los cuatro pasos para determinar $f'(x)$ mejoró el cálculo de la derivada en los estudiantes de la Escuela Profesional de Matemática y Física de la UNHEVAL 2016.
- Paragua, M. y otros, (2015) en la investigación: El criterio de la primera y segunda derivada y el aprendizaje de la gráfica de funciones en alumnos de la Escuela Profesional de Matemática y Física de la UNHEVAL – 2015, se propusieron mejorar el nivel de aprendizaje de la gráfica de funciones aplicando el criterio de la primera y segunda derivada, para la cual desarrollaron una investigación de tipo explicativo y diseño cuasi experimental, con un grupo experimental y otro de control, con alumnos de la especialidad de Matemática y Física de la UNHEVAL. Con la finalidad de mejorar el nivel de la investigación ensayaron una prueba de hipótesis de deferencia de dos medias, donde el valor Z de Prueba = 7,09 se ubica a la derecha de z crítica = 1,96, que es la zona de rechazo; por lo tanto, se rechaza la hipótesis nula y se acepta la hipótesis alternativa; entonces manifiestan que se ha probado que el uso del criterio de la primera y segunda derivada

como método mejora el nivel de aprendizaje de la gráfica de funciones en los estudiantes de la Escuela Profesional de Matemática y Física de la UNHEVAL 2015.

- Paragua, M. y otros. (2014), en la investigación: El método gráfico y el aprendizaje del dominio y rango de funciones en estudiantes de la Escuela Profesional de Matemática y Física de la UNHEVAL-2014, se propusieron mejorar el nivel de aprendizaje del dominio y rango de funciones aplicando el método gráfico, para la cual desarrollaron una investigación de tipo explicativo y diseño cuasi experimental, con un grupo experimenta y otro de control, con alumnos de la especialidad de Matemática y Física de la UNHEVAL. Con la finalidad de mejorar el nivel de la investigación ensayaron una prueba de hipótesis de deferencia de dos medias, donde el valor Z de Prueba = 7,47 se ubica a la derecha de z crítica = 1,96, que es la zona de rechazo; por lo tanto, se rechaza la hipótesis nula y se acepta la hipótesis alternativa; entonces manifiestan que se ha probado que el uso del método gráfico mejora el nivel de aprendizaje del dominio y rango de funciones en los alumnos de la especialidad de matemática y física de la UNHEVAL 2014.
- Paragua, M. y Torres, N. (2013), en la investigación: Estandarización de nomenclaturas y sumillas y el aprendizaje de la estadística aplicada en la escuela de postgrado UNHEVAL – 2013, se propusieron mejorar el nivel de aprendizaje de la estadística aplicada a través de la estandarización de nomenclaturas y sumillas, para la cual desarrollaron una investigación de tipo explicativo y diseño cuasi experimental, con un grupo experimenta y otro de control, con alumnos de la Escuela de Postgrado de la UNHEVAL. Con la finalidad de mejorar el nivel de la investigación ensayaron una prueba de hipótesis de deferencia de dos medias, donde el valor Z de Prueba = 3,72 se ubica a la derecha de z crítica = 1,96, que es la zona de rechazo; por lo tanto, se rechaza la hipótesis nula y se acepta la hipótesis alternativa; es decir, se tiene indicios suficientes que prueban que la estandarización de nomenclaturas y sumillas mejora el nivel de aprendizaje de la Estadística en la Escuela de Postgrado. UNHEVAL – 2013.

2.2. Bases teóricas

2.2.1. Proceso enseñanza – aprendizaje de la matemática

El proceso enseñanza-aprendizaje de la Matemática resulta de suma importancia para el desarrollo de la humanidad, es debido a ello que siempre hay movimientos de renovación en la educación matemática, impulsado por metodólogos y matemáticos, quienes proponen proyectos de renovación de la enseñanza media. La educación matemática ha sido escenario de cambios muy profundos, precisamente en el proceso enseñanza-aprendizaje de la Matemática, gracias a los esfuerzos de la comunidad internacional de expertos en didáctica, quienes siguen realizando estudios por encontrar moldes adecuados que mejoren los niveles de aprendizaje de la ciencia matemática.

La didáctica de la matemática significa la organización de los procesos de enseñanza y aprendizaje relevantes para tal materia, en consecuencia, los didactas son organizadores, desarrolladores de la educación, son autores de libros de texto, son profesores de toda clase, son expertos en crearles a los estudiantes escenarios adecuados para que generen aprendizajes divirtiéndose, con el menor esfuerzo posible y con el máximo rendimiento.

En el proceso aprendizaje-enseñanza están involucrados en procesos mentales muy complejos, en este sentido, se procura comprender las estructuras mentales de los alumnos, precisamente en el momento de generar aprendizajes, dicha comprensión, pueden ayudar a conocer mejor los modos en que el pensamiento y el aprendizaje tienen lugar; esto es lo que se pretende hacer con la aplicación de sumas y restas en los estudiantes de la Escuela Profesional de Matemática y Física. Los problemas que se presentan en la didáctica de las matemáticas producen dos reacciones extremas: la primera, los que afirman que la didáctica de la matemática no puede llegar a ser un campo con fundamentación científica y, como tal, la enseñanza de la matemática es esencialmente un arte; la segunda, los que afirman que la existencia de la didáctica matemática como ciencia, tiene objeto de estudio.

La didáctica como actividad general ha tenido un amplio desarrollo en la actualidad; sin embargo, persiste la lucha entre el idealista (conductismo), que se inclina por potenciar la comprensión mediante una visión amplia de la matemática, y el práctico, que clama por el restablecimiento de las técnicas básicas en interés de la eficiencia y economía en el aprendizaje. Dichas posturas priman también en los grupos de investigadores, innovadores, así como en los profesores de matemáticas de los diferentes niveles educativos.

A inicios del siglo XX, los métodos tradicionales y los textos de matemática, que hasta incluso hoy están estructurados en ese paradigma, empiezan a ser superados por el constructivismo; sin embargo, aún hay falencia en el soporte de textos, debido a que su reemplazo en el mercado y las bibliotecas es lento. Los cambios son producidos también por la incorporación en el proceso aprendizaje-enseñanza de las TIC, con mucha pertinencia como medios de aprendizaje.

En el sistema educativo peruano las matemáticas siguen desarrollándose en el marco de una enseñanza de tipo tradicional (conductista), y ante la necesidad de transmitir la mayor cantidad de contenidos, se está relegando la participación activa del estudiante, en desmedro de una adecuada generación del aprendizaje significativo.

2.3. Definición conceptual de términos

- **Aprendizaje cognitivo**

  Para esta teoría, la esencia del conocimiento es la estructura: elementos de información conectados por relaciones, que forman un todo organizado y significativo.
  Los estudiantes construyen su comprensión de la matemática con lentitud, comprendiendo poco a poco, en consecuencia, la comprensión y el aprendizaje significativo dependen de la preparación individual.

- **Aprendizaje**

  Es el proceso mediante el cual una persona adquiere destrezas o habilidades practicas (motoras e intelectuales), incorpora contenidos informativos o adopta nuevas estrategias de conocimiento.

El aprendizaje como un fenómeno en virtud del cual se producen cambios en la manera de responder del individuo a consecuencia de su individualidad del común denominador que comparte con los demás, tomando en cuenta las experiencias y oportunidades a consecuencia del contacto con el medio ambiente a través de las cuales recibimos estímulos que condicionan nuestra forma de actuar.

- **Aprendizaje significativo en la matemática**

Es el aprendizaje con significado, comprensión, retención, capacidad de transferencia y porque el conocimiento se centra en relacionar los aprendizajes previos con la nueva información.
Además, genera más disposición para nuevos aprendizajes significativos y las ideas se relacionan con una nueva imagen, un símbolo, un concepto o una proposición en su estructura cognoscitiva del estudiante.

- **Cálculo Mental**

Es una parte fundamental de las matemáticas. La enseñanza del cálculo mental pone énfasis en la práctica repetida de operaciones para lograr resolverlas lo más rápido posible, sin el uso de lápiz y papel, sino mentalmente.

- **Resta**

Operación aritmética que consiste en quitar una cantidad llamada sustraendo, de otra llamada minuendo. El resultado se llama diferencia. El operador es el signo – que se lee menos

- **Suma**

Es una operación aritmética que consiste en reunir varias cantidades en una sola. Su operador es el signo + que se lee más. Las cantidades que se suman se llaman sumandos y el resultado se le llama suma. El sinónimo es la adición.

3. Materiales y métodos

3.1. Tipo de investigación

Según Paragua (2014) y Hernández (2010) la investigación será del tipo explicativo, porque durante el proceso de la investigación se manipulará la variable independiente con la finalidad de inducir el desarrollo del cálculo mental en los estudiantes de la Escuela Profesional de Matemática y Física.

3.2. Diseño y esquema de investigación

Según Paragua (2008) la investigación es un estudio cuasi experimental porque se trabaja con dos grupos: un grupo experimental (GE) y otro grupo de control (GC).

El esquema del diseño es el siguiente:

GE: O1---------------------x----------------O2--------------x-------------O3
GC: O1--------------------------------------O2------------------------------O3

Leyenda

GE = grupo experimental

GC = grupo de control

O1 = observación inicial

O2 = observación de proceso

O3 = observación final

X = tratamiento

3.3. Población y muestra

3.3.1. Población

La población de estudio lo constituyen todos los estudiantes de la Escuela Profesional de Matemática y Física, distribuidos de la siguiente maneara:

Tabla Nº 01. Población de estudiantes de la Escuela Profesional de Matemática y Física-UNHEVAL – 2017

Secciones	Número de Alumnos	
	Grupo Experimental	Grupo de Control
Primero		25
Segundo		15
Tercero	20	
Cuarto		12
Quinto	12	
TOTAL	32	52

Fuente: Nomina de matrícula - 2017.

Elaboración: Los investigadores.

3.3.2. Muestra

La muestra para el estudio es no aleatoria, se tomará a los estudiantes del tercero y quinto como grupo experimental, donde el investigador tiene a su cargo la asignatura de Metodología de la Investigación Científica, Formulación de Proyectos de Investigación Educativa y Tesis I y II, respectivamente; ello permitirá tener control sobre la muestra. Dicha distribución es de la siguiente manera:

Tabla Nº 02. Muestra de estudiantes de la Escuela Profesional de Matemática y Física-UNHEVAL – 2017.

Secciones	Número de Alumnos	
	Grupo Experimental	Grupo de Control
Primero		25
Segundo		15
Tercero	20	
Cuarto		12
Quinto	12	
TOTAL	32	52

Fuente: Nomina de matrícula - 2017.

Elaboración: Los investigadores

3.4. Instrumentos de recolección de datos

PRUEBAS DE EVALUACIÓN ESCRITA, son pruebas escritas que se aplicarán durante el tiempo que dure la investigación, con la denominación de prueba de entrada (PE), prueba de proceso (PP) y prueba final (PF). Cada una con 10 preguntas, cuya calificación se hará en la escala de 0 a 20 puntos.

El primero de carácter diagnóstico y, como tal, las preguntas en ese sentido. La segunda prueba proporcionará datos relacionados a la aplicación de sumas y restas, y la tercera prueba permitirá opinar sobre el comportamiento grupal respecto al nivel de desarrollo del cálculo mental en los alumnos de la Escuela Profesional de Matemática y Física de la UNHEVAL, durante el año académico 2017.

3.5. Técnicas de procesamiento de datos

Para el procesamiento y análisis de los datos obtenidos se usará: la Estadística Aplicada, enfatizando en las medidas de tendencia central y las de dispersión, para poder interpretar el comportamiento del grupo experimental respecto al nivel de desarrollo del cálculo mental con la aplicación de sumas y restas en los alumnos de la Escuela Profesional de Matemática y Física. Se hará una prueba de hipótesis de diferencia de dos medias, con la distribución normal z.

4. Cronograma de actividades

ACTIVIDADES	2017			
	E-M	A-J	J-S	O-D
Formulación del proyecto de investigación.	x - -			
Presentación, reajuste y aprobación.	x - -			
Revisión de la bibliografía.	xxx	xxx	xxx	xxx
Aplicación prueba de entrada.		x - -		
Aplicación de la prueba de proceso.		- x -		
Aplicación de la prueba final.		- - x		
Análisis y procesamiento de los datos.		xxx	xxx	
Redacción y corrección del informe final			-xx	xxx
Levantamiento de cargos.				--x
Presentación y sustentación del informe final				--x

5. Asignación de recursos humanos

Un investigador, docente PDE de la Escuela Profesional de Matemática y Física:

- Melecio Paragua Morales

Colaboradores profesionales de diferentes carreras y universidades, tal como se indica en la relación:

Apellidos y Nombres	Grado	DNI
Paragua Macuri, Carlos Alberto	Ph.D en Ciencias e Ingeniería para la Información	41843144
Paragua Macuri, Melissa Gabriela	MC en Oftalmología UNMSM	45447117

6. Presupuesto para la investigación

RUBROS	MONTO S/.
Materiales directos para la investigación	2000,00
Servicios relacionados a la investigación	3000,00
Gastos indirectos relacionados a la investigación	2000,00
Gastos de Patente e imprevistos	4000,00
TOTAL	11 000,00

7. Referencias bibliográficas

- Paragua, M. & et al, (2008). Investigación Educativa. JTP Editores E. I. R. L. Huánuco. Perú.
- Paragua, M. (2012). Investigación Científica Aplicada a la Educación Ambiental con Análisis Estadístico. Editorial: Sociedad Geográfica de Lima. Primera Edición. Ibegraf. Lima.
- Paragua, M. (2014). Investigación Científica. Educación Ambiental con Análisis Estadístico. Editorial Académica Española.
- Zumbado, M. (2012). Ejercicios y juegos para desarrollar el cálculo mental. Universidad Nacional. Liberia. Costa Rica.

CASO 2:

UNIVERSIDAD NACIONAL HERMILIO VALDIZÁN

FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

CARRERA PROFESIONAL DE MATEMÁTICA Y FÍSICA

PROYECTO DE TESIS

MÉTODO ANALÍTICO Y FUNCIONES RACIONALES EN ESTUDIANTES DE LA CARRERA PROFESIONAL DE MATEMÁTICA Y FÍSICA, UNHEVAL 2020

AUTOR

ORIHUELA GÓMEZ, Luis David

Asesor: Dr. Melecio Paragua Morales

HUÁNUCO, PERÚ
2021

1. El problema de Investigación

1.1. Descripción del problema

El estudio y aprehensión de los conceptos y aprendizaje de las Funciones Racionales en los estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física de la UNHEVAL, como futuros docentes de especialidad, es importante; sin embargo, su dominio no es el adecuado para el nivel.

Los estudiantes de la Carrera, tienen dificultades en el aprendizaje de las funciones polinómicas, referidos a gráficos, dominio, rango, asíntotas, intercepto, etc., esta falencia hace que los tópicos de temas afines no se entiendan por falta de un soporte básico, denominado saberes previos.

Lo dicho genera problemas concernientes al aprendizaje del álgebra en la educación básica; es decir, los estudiantes no pueden articular los conceptos, como: dominio de una función, discontinuidad, asíntotas y expresiones algebraicas equivalentes, a fin de poder caracterizar las funciones racionales desde lo algebraico y lo gráfico (Planchart, 1999).

Los docentes también son un tanto responsables por el aprendizaje de las funciones racionales, habiendo determinado el nivel de saberes previos de los estudiantes no han sido capaces de retroalimentarlos en los temas faltantes, para que tengan éxito en el aprendizaje de funciones racionales; esto, está complementado con el dominio de algunas teorías didácticas, sería básico que tanto docentes como estudiantes de la carrera de matemática y física, asuman su rol (Noreña, 2013).

Los estudiantes, en general, tienen dificultades de aprendizaje de las funciones polinomiales, esto se agrava con las funciones racionales, requiere un dominio mayor de conceptos para poderlos analizar y entenderlo adecuadamente; a veces, hay conceptos como que son discontinuas, porque su denominador es cero y ello implica la existencia de una asíntota en dicho valor, la cual genera conflictos de aprendizaje en los estudiantes debido a la experiencia que ellos han tenido previamente con el estudio de las funciones polinómicas; en este caso, las funciones racionales tienen como dominio al conjunto de los números reales menos el número que anula al denominador (Paragua, 2014).

En el aprendizaje de funciones racionales, lo descrito presenta conflictos con un fuerte cambio conceptual, que conlleva a estudiar los conceptos de: dominio, rango, funciones racionales, ya que el dominio no siempre está dado por el conjunto de números reales, pues se discriminan los valores en las cuales la expresión del denominador es cero (Torres & Calderón, 2000). Los futuros docentes de matemática y física, desconocen la trascendencia que tiene el conjunto de referencias para graficar a las funciones racionales, además, las asíntotas vertical y horizontal, y de otros tipos de comportamientos propios de las funciones racionales.

El aprendizaje de funciones racionales tiene su base en que los futuros docentes de especialidad aprehendan el concepto de función para enlazarlos con los sistemas de representaciones que conducen a la gráfica y posterior modelación; también el aprendizaje debe ser con soporte del software GeoGebra que permite graficar a las funciones en el momento, en consecuencia, teniendo la gráfica a la vista, las unidades de análisis pueden deducir los otros comportamientos de las funciones racionales (Guevara, 2011).

La dificultad de los estudiantes, está en establecer relaciones lógicas entre los conceptos que se definen en clase y la aplicación de estos en la representación gráfica, la intención es reducir esa brecha, esperando que los futuros docentes de matemática y física puedan integrar los cuatro componentes de representación de las funciones que son lo numérico, tabular, gráfico y algebraico (Guevara, 2011).

El futuro docente debe aprender a reconocer fácil y eficientemente el tipo de relación existente entre la representación gráfica de una función y el tipo o naturaleza de ésta (Gvirtz y Palamidessi, 1998). Por ejemplo, las gráficas de parábolas asociadas a funciones cuadráticas y las gráficas con asíntotas asociadas con funciones racionales; además, deben entender la simetría de las gráficas, el grado del polinomio con el tipo de gráfica que le corresponde, el intercepto del gráfico con los ejes, asíntotas horizontales, verticales e inclinadas, también deben de conocer sobre los valores máximos y mínimos, etc.

Lo descrito permite formular la interrogante de investigación siguiente:

1.2. Formulación del problema

1.2.1. Problema general

¿En qué medida la aplicación del método analítico mejorará el aprendizaje de funciones racionales en estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física, UNHEVAL 2020?

1.2.2. Problemas específicos

- ¿Cuál es el nivel de saberes previos respecto a las funciones racionales en estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física, UNHEVAL 2020?
- ¿Cuál es el nivel de aprendizaje de funciones racionales durante la aplicación del método analítico en estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física, UNHEVAL 2020?
- ¿Cuál es el nivel de aprendizaje de funciones racionales al finalizar la aplicación del método analítico en estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física, UNHEVAL 2020?
- ¿Cuál es el nivel de aprendizaje de funciones racionales antes y después de la aplicación del método analítico en estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física, UNHEVAL 2020?
- ¿Cuál es el nivel de aprendizaje de funciones racionales con y sin la aplicación del método analítico en estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física, UNHEVAL 2020?

1.3. Objetivos

1.3.1. Objetivo general

Comprobar que la aplicación del método analítico mejorará el aprendizaje de funciones racionales en estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física, UNHEVAL 2020.

1.3.2. Objetivos específicos

- Determinar el nivel de saberes previos respecto a las funciones racionales en estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física, UNHEVAL 2020.
- Determinar el nivel de aprendizaje de funciones racionales durante la aplicación del método analítico en estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física, UNHEVAL 2020.
- Determinar el nivel de aprendizaje de funciones racionales al finalizar la aplicación del método analítico en estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física, UNHEVAL 2020.
- Comparar, analizar y evaluar el nivel de aprendizaje de funciones racionales antes y después de la aplicación del método analítico en estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física, UNHEVAL 2020.
- Comparar, analizar y evaluar el nivel de aprendizaje de funciones racionales con y sin la aplicación del método analítico en estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física, UNHEVAL 2020.

1.4. Justificación e importancia

El desarrollo del estudio ayudará a entender que la aplicación del método analítico facilita el conocimiento de todas las características de las aplicaciones de funciones racionales, como son: el dominio, tomando en cuenta las restricciones; también, el rango y de manera fundamental la gráfica que se construirá usando el software GeoGebra.

La importancia estriba en que todo ello se hará vía la investigación; eso quiere decir, que el conocimiento producto de una investigación científica, y como aporte beneficiará a la nueva generación de docentes de matemática de la Región.

1.5. Viabilidad

La investigación será viable porque se contará con acceso a la muestra que serán los estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física, también se cuenta recursos económicos para solventar los egresos vinculados a la investigación, y, también se cuenta con la voluntad de hacer el estudio.

1.6. Limitaciones

No existen limitaciones para la realización del estudio. Se cuenta con amplia bibliografía, hay docentes con alto dominio de funciones, etc.

2. Aspectos operacionales

2.1. Hipótesis

2.1.1. Hipótesis general

- **Ho:** La aplicación del método analítico no mejorará el aprendizaje de funciones racionales en estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física, UNHEVAL 2020.
- **Ha:** La aplicación del método analítico mejorará el aprendizaje de funciones racionales en estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física, UNHEVAL 2020.

2.1.2. Hipótesis específicas

- El nivel de saberes previos respecto a las funciones racionales es regular, en los estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física, UNHEVAL 2020.
- El nivel de aprendizaje de funciones racionales mejora durante la aplicación del método analítico en los estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física, UNHEVAL 2020.
- El nivel de aprendizaje de funciones racionales se maximiza al finalizar la aplicación del método analítico en los estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física, UNHEVAL 2020.

- La comparar horizontal del nivel de aprendizaje de funciones racionales antes y después de la aplicación del método analítico determina el estado final de las unidades de análisis del grupo experimental.
- La comparar cruzada del nivel de aprendizaje de funciones racionales con y sin la aplicación del método analítico determina la efectividad de la efectividad del método aplicado en los estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física, UNHEVAL 2020.

2.2. Variables

2.2.1. Variable independiente

Método analítico

2.2.2. Variable dependiente

Funciones racionales.

2.3. Definición operacional de variables

- **Método analítico**

  Es un modelo de estudio científico que se basa en la experimentación en general aplicando la lógica empírica.

  A través de este método se analiza el fenómeno en estudio, mediante la descomposición en sus elementos básicos.

  El método analítico durante la investigación permite desmembrar el todo, descomponiéndolo en sus partes o elementos básicos para observar las causas, naturaleza y los efectos, a través de la observación y examen de un hecho en particular.

- **Funciones racionales**

  Se define como el cociente de polinomios en los cuales el denominador tiene un grado de por lo menos uno; es decir, debe haber una variable en el denominador.

La forma general de una función racional es: $f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$ donde $P(x)$ y $Q(x)$ son polinomios y $Q(x) \neq 0$.

Una función es concebida como una ley que regula la dependencia entre cantidades o variables.

3. Marco Teórico

3.1. Antecedentes

- Paredes, J. (1995), desarrolla la tesis: Aplicación interactiva por descubrimiento de los usos de recursos y materiales didácticos en Educación secundaria estudio de los casos de dos centros. En ella se propuso medir el grado de efectividad de los recursos y materiales didácticos en cada clase. La investigación fue de tipo Explicativo, diseño cuasiexperimental, y llegó a la siguiente conclusión: Que el uso de recursos y materiales didácticos en cada clase de manera sistemática y con mucha pertinencia son muy beneficiosos para el aprendizaje de los estudiantes. Propone que el profesor debe usar los recursos y materiales didácticos en cada clase de manera sistemática y con mucha pertinencia. Dicha aplicación debe ser de manera interactiva y por descubrimiento.
- Paragua, M. y Otros. (2015), desarrollan la investigación: El criterio de la primera y segunda derivada y el aprendizaje de la gráfica de funciones en alumnos de la carrera profesional de Matemática y Física de la UNHEVAL – 2015; de tipo explicativo, diseño cuasiexperimental, con un grupo experimenta y otro de control, con los estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física de la UNHEVAL; y a través de una prueba de hipótesis de la diferencia de dos medias, concluyeron que el valor Z de Prueba = 7,09 se ubica a la derecha de z crítica = 1,96; que es la zona de rechazo, por lo tanto se rechaza la hipótesis nula y se acepta la hipótesis alternativa; con ello, probaron que el uso del criterio de la primera y segunda derivada como método mejora el nivel de aprendizaje de la gráfica de funciones en los alumnos de la Carrera Profesional de Matemática y Física de la UNHEVAL 2015.

- Paragua, M. y Otros. (2014), desarrollan la investigación: El método gráfico y el aprendizaje del dominio y rango de funciones en alumnos de la carrera profesional de Matemática y Física de la UNHEVAL-2014, se propusieron mejorar el nivel de aprendizaje del dominio y rango de funciones aplicando el método gráfico, para la cual desarrollaron una investigación de tipo Explicativo y diseño cuasi experimental, con un grupo experimenta y otro de control, con alumnos de la especialidad de Matemática y Física de la UNHEVAL; con la finalidad de mejorar el nivel de la investigación ensayaron una prueba de hipótesis de la deferencia de dos medias, donde el valor Z de Prueba = 7,47 se ubica a la derecha de z crítica = 1,96; que es la zona de rechazo, por lo tanto se rechaza la hipótesis nula y se acepta la hipótesis alternativa; entonces manifiestan que se ha probado que el uso del método gráfico mejora el nivel de aprendizaje del dominio y rango de funciones en los alumnos de la especialidad de matemática y física de la UNHEVAL 2014.
- Paragua, M. y Torres, N. S. (2013), desarrollan la investigación: Estandarización de nomenclaturas y sumillas y el aprendizaje de la estadística aplicada en la escuela de post grado. UNHEVAL – 2013, se propusieron mejorar el nivel de aprendizaje de la estadística aplicada a través de la estandarización de nomenclaturas y sumillas, para la cual desarrollaron una investigación de tipo Explicativo y diseño cuasiexperimental, con un grupo experimenta y otro de control, con alumnos de la Escuela de Post Grado de la UNHEVAL; con la finalidad de mejorar el nivel de la investigación ensayaron una prueba de hipótesis de la diferencia de dos medias, donde el valor Z de Prueba = 3,72 se ubica a la derecha de z crítica = 1,96; que es la zona de rechazo, por lo tanto se rechaza la hipótesis nula y se acepta la hipótesis alternativa; es decir se tiene indicios suficientes que prueban que la estandarización de nomenclaturas y sumillas mejora el nivel de aprendizaje de la Estadística en la Escuela de Post Grado. UNHEVAL – 2013.
- Barrios, L. C. (2017), desarrolla la tesis: Método de proyecto productivo y el aprendizaje de química general en estudiantes del primer ciclo de la Facultad de Ingeniería Industrial de la Universidad Nacional Federico

Villarreal; se propuso mejorar el aprendizaje de la química a través de la aplicación del método de proyecto productivo; la investigación fue de tipo explicativo y diseño cuasiexperimental y concluye que existe una relación directa y significativamente entre el método de proyecto productivo y el juicio crítico en estudiantes del I ciclo en la Facultad de Ingeniería Industrial de la Universidad Nacional Federico Villarreal.

3.2. Bases Teóricas

3.2.1. Método analítico

La aplicación del método analítico se hace en distintos campos y disciplinas, pero es pertinente en la investigación. El análisis permite comprender la esencia de un todo y la naturaleza de sus partes (Ruiz, 2006); en caso del estudio, permitirá conocer la naturaleza, comportamiento de las funciones racionales.

Se debe entender que el razonamiento científico es un estricto proceso deductivo; sin embargo, en el método científico todo es considerado como una máquina, y para entenderlo se debe descomponer en partes elementales que permitan estudiar, analizar y comprender sus nexos, interdependencia, conexiones, entre el todo y sus partes (Ruiz, 2007).

Es preciso decir que el razonamiento científico es un método de observación, experimentación y análisis, en base a ellos, se formula la hipótesis y luego se la comprueba. La contrastación dialéctica entre la teoría y la práctica es la esencia del método científico, pues a través de ella, se formaliza las experiencias o prácticas, que es la etapa de la teorización, y luego, se hacen las formalizaciones teóricas para examinar su validez y con su aplicación intentar modificar la realidad donde se aplican (Lopera, 2010).

La aplicación del método analítico implica la desmembración del todo en sus partes o componentes y observar las causas, naturaleza y efectos que producen la interacción entre ellos, a través de la observación, análisis y evaluación de un hecho en particular para medir y conocer el objeto en estudio, para el estudio son las funciones racionales.

3.2.2. El método analítico en Pedagogía

Un auténtico maestro es y constante aprendiz que conoce su ignorancia, debilidades, carencias, pero ha aprendido una manera, un método de enfrentarlas, de aprender de ellas. Y eso es lo que enseña: cómo aprende él. Se convierte en un instrumento, un vehículo, un medio que permite al estudiante conocerse, aprender como él y por medio de él (Lerner & Gil, 2001).

En cualquier sociedad, es a través de la educación que se transmiten los valores, tradiciones y costumbres como la práctica de enseñar y aprender. La educación desde la crianza de los hijos hasta la transmisión de conocimientos e ideales establecen vínculos entre dos o más sujetos, produciendo un crecimiento o desarrollo.

A través de la aplicación del método analítico se lleva el análisis de un determinado tema hasta el final; es decir, hasta donde las condiciones lo permitan; de otro lado, la función del docente es llevar el discurso a los estudiantes para analizarlos con la diversidad y la diferencia existente entre ellos.

3.2.3. El método analítico en el aprendizaje de la matemática

El método analítico permite abordar las dificultades específicas de aprendizaje que surgen en matemática en general, donde los docentes enfocan su labor con herramientas cognoscitivas que les ayude a propiciar la comprensión de los conceptos matemáticos y llevarlos a una aplicación práctica (Lerner & Gil, 2001). En este sentido el trabajo grupal se orienta a que los estudiantes puedan escuchar, analizar y concebir sus preguntas personales en función a su nivel de conocimientos; por ello, lo básico para los estudiantes, en una asignatura, es analizar cómo aprende, y a la vez, debe aprender, cómo analizar.

Básicamente, en matemática lo que se busca es cambiar la estrategia de solucionar problemas de manera rutinaria por otro con actitud analítica para lo que se debe adaptar a situaciones adecuadas que permita detectar falencias cognitivas, ello les permitirá aprehender estrategias para la solución de muchos problemas y potenciar su aprendizaje.

3.2.4. Bases epistémicas y teorías pedagógicas

La epistemología es saber del saber, y a su vez es la dimensión filosófica que se encarga de estudiar a la investigación científica y su producto que es el conocimiento científico; y, es iniciado por Aristóteles y sistematizado por Carnap; en ese sentido, el desarrollo de la ciencia en la actualidad es notable y se ha admitido a las ciencias de la educación con carácter de científico, por lo tanto, a la pedagogía como guía de todas las otras ciencias de la educación, como: Historia de la educación, Sociología de la educación, Psicología educacional, Filosofía de la educación (Di Gravia, 2006).

Bruner (1915) dice que las teorías de la enseñanza, de la instrucción, deben ocuparse de la organización y sistematización del proceso didáctico con base en los procesos y las estructuras cognitivas del estudiante (SNTE, 2016).

La finalidad es integrar la teoría con la práctica de la enseñanza vinculando procesos didácticos y todas las características que éste requiere.

Una de sus características es generar aprendizajes mediante el descubrimiento guiado, lo que permite al docente llevar de manera natural y espontánea el proceso de construcción de conocimientos del estudiante.

Propicia la participación activa durante el proceso aprendizaje-enseñanza, a través de presentar problemas reales como un reto a la inteligencia del estudiante para motivarlo a enfrentar su solución.

Teoría Psicogenética, propiciado por Piaget (1980) sugirió que mediante los procesos de asimilación y acomodación se construyen nuevos conocimientos a partir de las experiencias y luego interiorizado. El proceso de asimilación, es cuando las experiencias se alinean con la representación interna del mundo. La acomodación, es la representación mental del mundo para que sea posible adaptar o incluir nuevas experiencias, y esto, conduce al aprendizaje (Nortes, & Martínez, 1994).

Teoría Sociocultural de Vygotsky (1934) propone el concepto de zona de desarrollo próximo, como la distancia que separa al nivel real de desarrollo respecto al de desarrollo potencial. En el estudiante, esto se traduce en la diferencia que existe entre los problemas que puede resolver por sí mismo y los que sólo puede solucionar con la ayuda de otros. Para la teoría sociocultural es vital la intervención del educador y la atención al contexto social y a la capacidad de imitación.

Asíntotas de funciones racionales

Las funciones racionales pueden tener una o más asíntotas verticales; sin embargo, puede tener una sola asíntota horizontal, o una sola asíntota oblicua.

Por naturaleza, las asíntotas son rectas, que hace las veces de límite, es por ello que la función se aproxima de manera indefinida cuando una de las variables tiende al infinito.

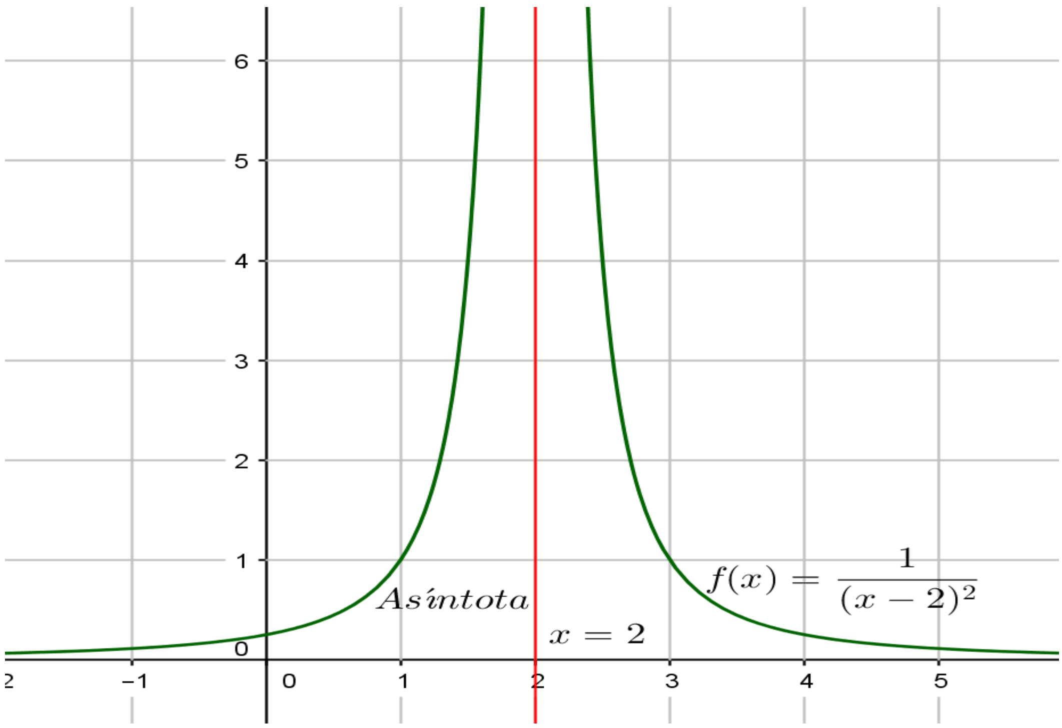
Las asíntotas verticales son paralelas al eje y; por lo tanto, si existe un número a tal que: $\lim_{x \to a} f(x) = \infty$. En este caso particular, la recta $x = a$ es la asíntota vertical.

Se tiene la función $f(x) = \frac{1}{(x-2)^2}$ y se quiere hallar el límite de $f(x)$ cuando $a = 2$; entonces, se tiene: $\lim_{x \to 2} f(x) = \frac{1}{(x-2)^2} \to \lim_{x \to 2} f(x) = \frac{1}{(2-2)^2} = \infty$, se confirma que 2 es una asíntota vertical de la función analizada.

Ejemplo: En la función: $f(x) = \frac{1}{(x-2)^2}$ halla la asíntota vertical.

En este caso la vía más rápida para hallarla, es igualando el denominador a 0; entonces, $(x-2)^2 = 0 \rightarrow x = 2$ para el ejemplo es la asíntota vertical.

Gráfico N° 01: Asíntota Vertical $x = 2$



Fuente: Función Racional $f(x) = \frac{1}{(x-2)^2}$
Diseño: Los Investigadores

3.2.5. Análisis de funciones racionales

Son funciones que tienen forma parecida a los números racionales; es decir, hay un numerador y un denominador. Esta clase de funciones se puede representar de forma $p(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$ con $g(x) \neq 0$; además, $f(x)$ y $g(x)$ son funciones polinómicas.

Los siguientes son algunos ejemplos de funciones racionales:

$f(x) = \frac{1}{x-2}$ $\qquad$ $f(x) = \frac{2x}{3-x}$

$g(x) = \frac{x^2-4}{x^3-9x}$ $p(x) = \frac{x^3-4x^2+4x}{3}$

$q(x) = \frac{4}{x^2-3x-4}$ $h(x) = \frac{2x^2+3x-5}{x^2+2}$

entre otras.

La gráfica de una función $y = f(x)$ es la visualización de la correspondencia entre los elementos del conjunto dominio y los del conjunto imagen mediante su representación iconográfica (Veloz & Farfán, 2014).

El análisis de una función racional implica:

- Determinar el grado de los polinomios $p(x)$ y $q(x)$.

  Se pide graficar la función $f(x) = \frac{k}{x}$ $donde\ k\epsilon R$; en este caso, si $k > 0$ entonces las ramas de la hipérbola estarán en el primer y tercer cuadrante; si $k < 0$ entonces las ramas de la hipérbola estarán en el segundo y cuarto cuadrante.

  Se pide graficar la función $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$, $donde\ a, c \neq 0$; en este caso, se determinan una asíntota horizontal de la forma $y = \frac{a}{c}$ y una asíntota vertical de la forma $x = \frac{-d}{c}$.

  En funciones de la forma $f(x) = \frac{a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \ldots + a_1 x + a_0}{b_m x^m + b_{m-1}x^{m-1} + \ldots + b_1 x + b_0}$ las potencias menores de x son irrelevantes cuando $x \to \pm\infty$; esto hace que se tenga los siguientes:

  Si $n = m$ el grado de la función es Indeterminado, se comportará como una función constante y tendrá una asíntota horizontal en $\frac{a_n}{b_m}$; la función tenderá a ese valor cuando $x \to \pm\infty$.

  Si $n < m$ entonces la función tendrá la forma $\frac{1}{x}$ y su asíntota horizontal será en cero, también la función tenderá a cero cuando $x \to \pm\infty$.

Si $n > m$ entonces el grado de la función será la diferencia entre el grado del numerador, menos el grado del denominador, la función tenderá a infinito, cuando $x \to \pm\infty$; si la diferencia de los grados es uno, entonces hay una asíntota oblicua.

- El numerador y el denominado tienen que ser polinomios primos entre sí; es decir irreductibles.
- Identificar las raíces y las indeterminaciones que son las asíntotas de la gráfica de la función.
- Los valores que anulan el numerador son las raíces de la función.
- Los valores que anulan el denominador, son las asíntotas verticales.
- Seccionar en regiones y sus signos en el tramo dividiéndolos en intervalos y usar valores de prueba.
- Identificar la existencia de asíntotas horizontales o de asíntotas oblicuas.
- Determinar el comportamiento de $f(x)$ cuando $x \to \pm\infty$

Análisis de la función $\boldsymbol{f(x) = \frac{1}{x}; con\ x \neq 0}$.

Es una función racional.

El numerador es una constante.

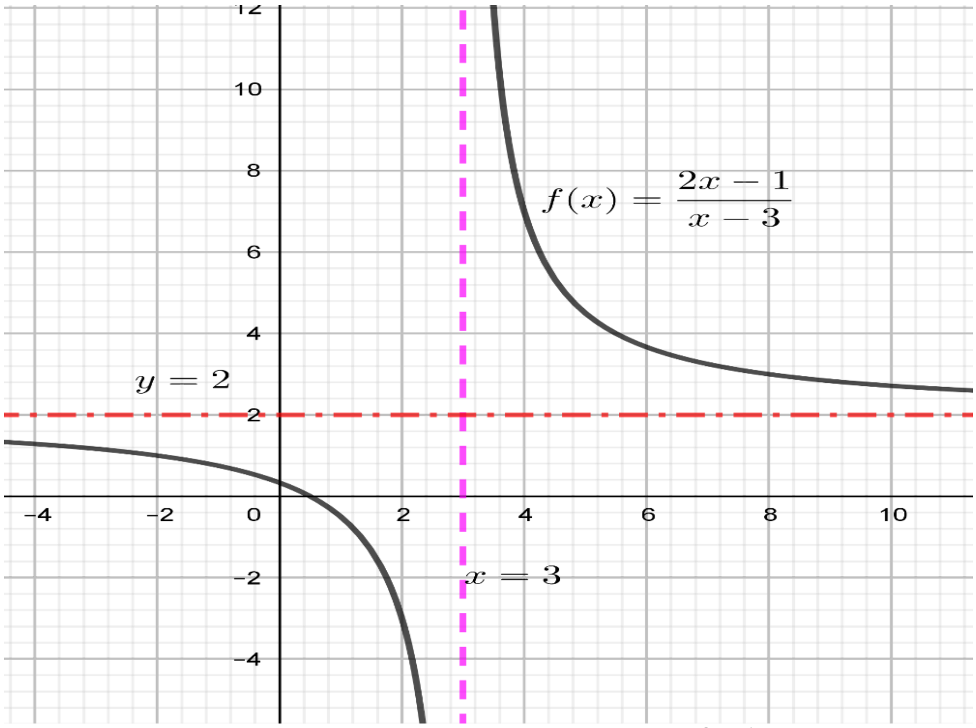
El denominador es una función identidad, o de primer grado.

El dominio son todos los números reales, excepto el cero y se puede representar como Intervalo: $Dom: (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$, también de forma conjuntista: $Dom: \{x \in R\ tal\ que,\ x \neq 0\}$. También se puede decir: $Dom\ f(x) = R - \{0\}$.

Asíntota vertical, se presenta en la indeterminación, es decir, la asíntota vertical es $x = 0$.

Asíntota horizontal, se despeja x en función de y; el valor de y es la que indetermina a la función, y ese valor representa a la asíntota horizontal.

Gráfico N° 02: Asíntota Horizontal $y = 2$ y Asíntota Vertical $x = 3$



Fuente: Función Racional $f(x) = \frac{2x-1}{x-3}$

Diseño: Los Investigadores

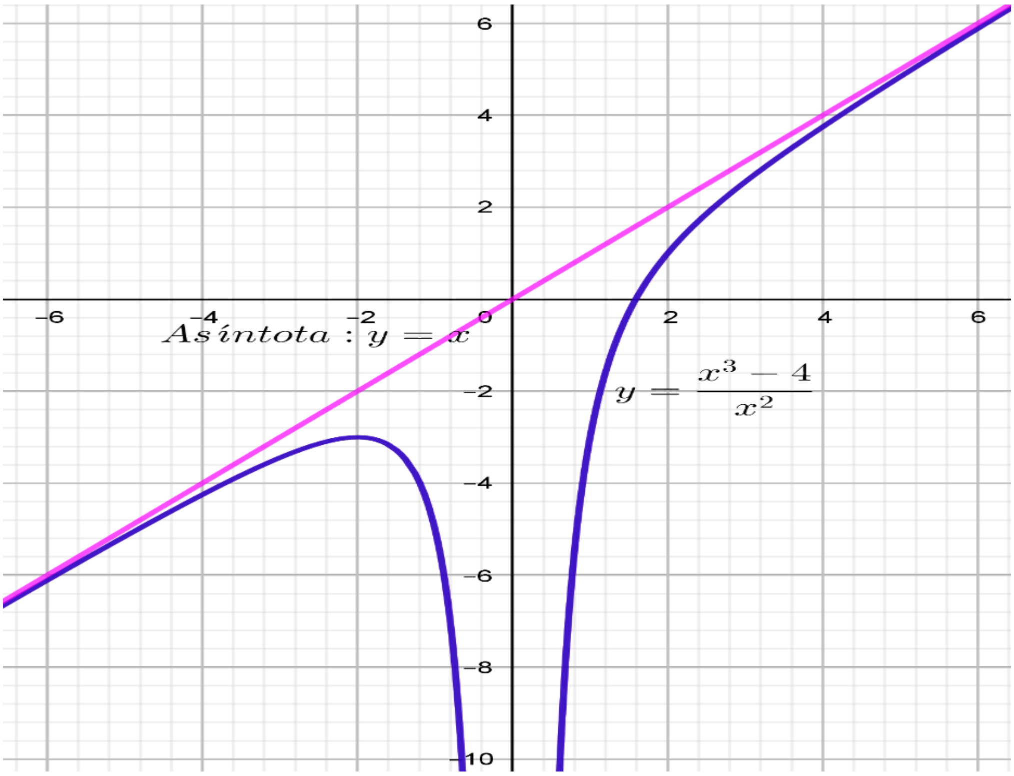
Asíntotas oblicuas, son rectas auxiliares inclinadas, éstas se generan en las funciones racional donde el grado del polinomio del numerador es una unidad mayor que la del denominador.

Para determinar las asíntotas vertical y horizontal de la gráfica de una función racional $f(x)$, con $p(x)$ como numerador de grado n, y $q(x)$ como denominador de grado m y si no tienen factores comunes, entonces:

- Si a es un cero real de $q(x)$, entonces $x = a$ es una asíntota vertical para la gráfica de la función.
- Si $n = m$, entonces $y = a_n/b_m$ (cociente de los coeficientes principales), es una asíntota horizontal para la gráfica de la función.
- Si $n < m$, entonces $y = 0$ es una asíntota horizontal para la gráfica de la función.
- Si $n > m$, entonces la gráfica de la función no tiene asíntota horizontal.

- Si $n = m + 1$, entonces el cociente $y = mx + b\ de\ p(x) y\ q(x)$, es una asíntota inclinada para la gráfica de la función.

Gráfico N° 03: Asíntota Oblicua $y = x$



Fuente: Función Racional $y = \frac{x^3-4}{x^2}$

Diseño: Los Investigadores

El rango de la función $f(x) = \frac{1}{x} \rightarrow x = \frac{1}{f(x)}; con\ f(x) \neq 0$; luego el Rango es: $Ran\ f(x) = R - \{0\}$

Una función $f(x)$, está definida en un valor de x, si al evaluar $f(x)$ produce un número real.

Para las funciones racionales, se debe excluir del conjunto de los números reales, cualquier valor que hace que el denominador sea igual a cero.

Intersecciones, la gráfica de una función $y = f(x)$, exige primero averiguar si la mencionada gráfica tiene intersecciones. Un punto sobre el eje y tiene la forma $(0, y)$, entonces 0 es el dominio y la intersección y es el punto sobre el eje y; o sea: $(0, f(0))$

Ejemplo 01: Determina el dominio de $f(x) = \frac{2}{4x-1}$

Desarrollo:

Como el denominado tiene que ser diferente de cero, entonces:

$$4x - 1 = 0 \rightarrow x = \frac{1}{4}$$

Por lo tanto, el análisis hecho nos dice que el dominio de la función son los números reales, excepto $x = 1/4$

Luego el dominio como intervalo sería: $Dom: (-\infty, \frac{1}{4}) \cup (\frac{1}{4}, \infty)$

También el dominio como conjunto es: $Dom = \left\{x \in R\ tal\ que, x \neq \frac{1}{4}\right\}$

Ejemplo 02: Analiza la función racional: $f(x) = \frac{5x}{x^2-4}$

Solución

Aplicando el método analítico:

El denominador se iguala a cero: $x^2 - 4 = 0 \rightarrow x = \pm\sqrt{4} \rightarrow x = \pm 2$

Entonces el dominio de $f(x)$ son todos los Reales

excepto $x = 2\ \ y\ \ x = -2$

Luego el dominio como intervalo sería:

$$Dom: (-\infty, -2) \cup (-2, 2) \cup (\ 2, \infty)$$

El dominio como conjunto es: $Dom: \{x \in R\ tal\ que,\ \ x \neq 2\ y\ x \neq -2\}$

Ejemplo 03: Analiza la función $f(x) = \frac{3x^2-1}{x^3-2x^2-15x}$

Solución:

Aplicando el método analítico:

El primer paso es igualarlo a 0 y hallar las raíces de la ecuación de tercer grado.

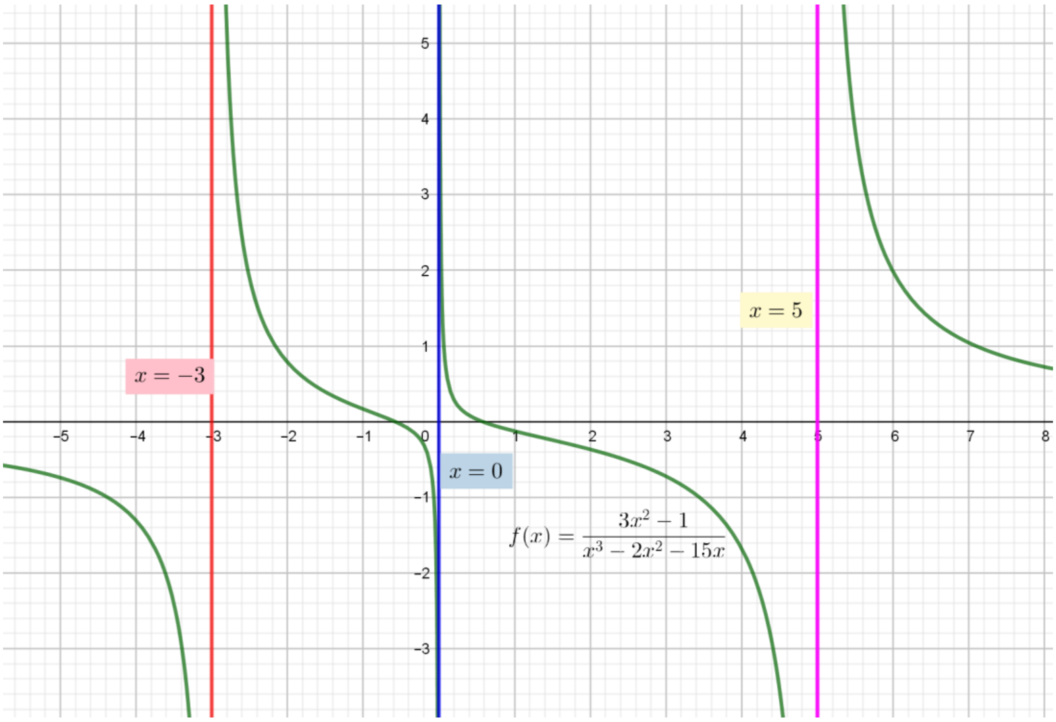
Entonces

$$x^3 - 2x^2 - 15x = 0 \rightarrow x(x-5)(x+3) = 0 \rightarrow x = -3; x = 0; x = 5$$

Son valores para los cuales se anula el denominador, por lo tanto, representan las asíntotas verticales; además, el domino son los reales, excepto los números $-3; 0; 5$. Entonces el dominio como intervalo es:

$$Dom\ f(x) = (-\infty, -3) \cup (-3, 0) \cup (0, 5) \cup (5, \infty).$$

Gráfico N° 04: Asíntota Verticales $x = -3;\ x = 0; x = 5$



Fuente: Función Racional $f(x) = \frac{3x^2-1}{x^3-2x^2-15x}$
Diseño: Los Investigadores

Ejemplo 04: Analiza la función $f(x) = \frac{2x-5}{x-3}$

Solución

Aplicando el método analítico, se observa que:

Es una función racional.

La asíntota vertical se halla igualando el denominador a cero, entonces: $x - 3 \neq 0 \to x \neq 3$, luego, la asíntota pasa de forma vertical por 3 sobre el eje x.

El valor de la asíntota horizontal se halla con la siguiente relación: $\frac{CN}{CD}$; CN es coeficiente del numerador y CD es coeficiente del denominador, entonces: $\frac{CN}{CD} = \frac{2}{1} = 2 = Asíntota\ horizontal.$

El Dominio de $f(x) = \{x\varepsilon R\ tal\ que\ x \neq 3\}$

El Rango de $f(x) = \{x\varepsilon R\ tal\ que\ x \neq 2\}$

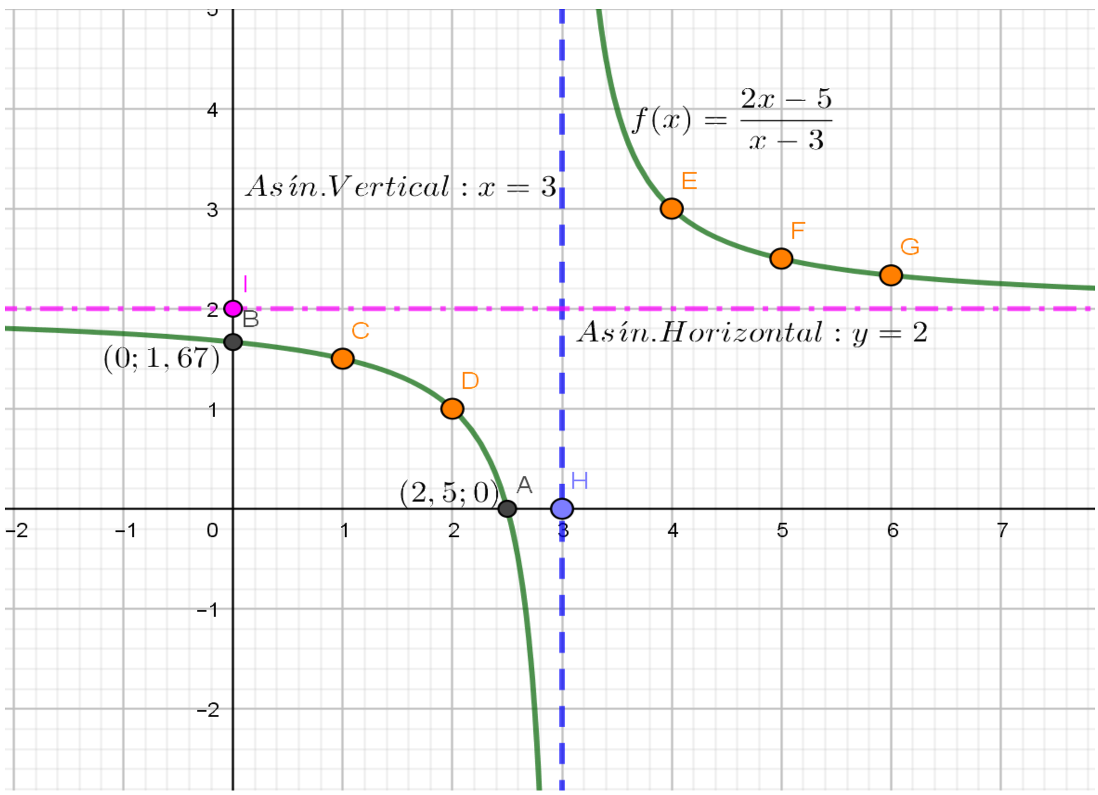
Hallando el intercepto con el método de ceros, entonces: Haciendo $y = 0 \rightarrow 0 = \frac{2x-5}{x-3} \rightarrow 0(x-3) = 2x - 5 \rightarrow x = \frac{5}{2}$; entonces el par ordenado es $(2{,}5; 0)$ es el punto de intersección del gráfico con el eje x.

En este caso, haciendo $x = 0 \rightarrow y = \frac{2(0)-5}{0-3} \rightarrow y = \frac{5}{3}$; entonces el par ordenado es $(0; 1{,}67)$ es el punto de intersección del gráfico con el eje y.

Hallando los puntos sobre el gráfico para valores de x, antes y después de la asíntota:

x	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
y	**1,5**	**1**	**Ind.**	**3**	**2,5**

Gráfico N° 05: Asíntota Verticales $f(x) = \frac{2x-5}{x-3}$



Fuente: Función Racional $f(x) = \frac{2x-5}{x-3}$

Diseño: Los Investigadores

3.3. Definición conceptual de Términos.

- **Método analítico**

  Es un método de investigación que consiste en la desmembración de un todo, descomponiéndolo en sus partes o elementos para observar las causas, la naturaleza y los efectos (Ruiz, 2006).

- **Función racional**

  Es el cociente de polinomios en los cuales el denominador tiene un grado por lo menos uno; es decir, debe tener una variable en el denominador. Está definido como: $f(x) = \frac{p(x)}{q(x)}$ en donde, tanto el numerador como el denominador son funciones, en donde $q(x) \neq 0$.

- **Análisis**

  Es la observación y examen de un hecho particular que permite conocer al objeto en estudio y se puede explicar, hacer analogías, comprender su comportamiento e inferir nuevas teorías (Ruiz, 2006).
  Examen detallado de un objeto para conocer sus características, cualidades, estado, etc., a partir de ello se sacan conclusiones que se realizan considerando por separado las partes que la constituyen.

- **Analizar**

  Es desintegrar, descomponer un todo en sus partes para estudiar en forma intensiva cada uno de sus elementos, además, las relaciones entre los elementos y con el todo.
  Es estudiar las características de las funciones a fin de describirlos con precisión todas sus características, entre ellas se tiene: dominio, rango o recorrido, ceros, signo, monotonía (crecimiento y decrecimiento), curvatura (concavidad, convexidad, puntos de inflexión, acotación (supremos e ínfimos), simetría, periodicidad.

- **Ceros de una función**

  Son los puntos de corte con el eje horizontal x. Su importancia está en que en ellos la función puede cambiar de signo. Para hallar los ceros a partir de la expresión analítica ($f(x) = 0$), se resuelva la ecuación de la función. Si se tiene la gráfica de la función, los ceros son los puntos de corte del gráfico con el eje x.

- **Signos de la función**

  Los signos de una función son el conjunto de valores de x para los cuales $f(x) > 0$, signo positivo, y el conjunto de valores para los cuales $f(x) < 0$, signo negativo.

- **Monotonía de una función**

  Es el estudio de su crecimiento y su descrecimiento, los máximos y mínimos.

- **Curvatura de una función**

  Es entender su concavidad y su convexidad, también sus puntos de inflexión.

- **Acotación de una función**

  Una función es acotada por arriba cuando el valor de sus imágenes nunca supera un determinado valor constante. Es acotada por abajo cuando el valor de sus imágenes nunca es inferior a un determinado valor constante.

- **Función**

  Una función de un conjunto A en un conjunto B es una regla de correspondencia que asigna a cada elemento x en A, exactamente un elemento y en B.

- **Dominio de una función**

  Es el conjunto de todos los números para los cuales una función está definida.

- **Rango de una función**

  Es el rango o imagen de la función.

- Asíntota de funciones racionales

  Una recta es asíntota de una la función racional, si la distancia entre un punto sobre la curva y la recta se aproxima a cero a medida que el punto se aleja del origen de coordenadas.

  Las asíntotas son líneas que nunca tocan a la función, pero se encuentran muy cercanas a ella.

- **Asíntotas verticales**

  Son las rectas auxiliares y son paralelas al eje y.

- **Asíntotas horizontales**

  Son rectas auxiliares paralelas al eje x.

4. Metodología

4.1. Ámbito

El estudio se realizará con los estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física de la Facultad de Ciencias de la Educación de la UNHEVAL, ubicada en la Ciudad Universitaria en Pillco Marca.

4.2. Caracterización del participante

La población-muestra se caracterizan por ser estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física; es decir, son los futuros docentes de la especialidad para la Región Huánuco y a nivel nacional; además, los Ciclo II, IV y VI con 56 estudiantes participarán como grupo de control; y, de los Ciclos VIII y X, con 42 estudiantes participarán como grupo experimental.

4.3. Población y Muestra

4.3.1. Población

La investigación se hará considerando a todos los estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física de la UNHEVAL, del ciclo par, matrícula 2020, distribuidos según la tabla N° 01

Tabla N° 01.

Población estudiantil de la Carrera Profesional de Matemática y Física

CICLO	N° ESTUDIANTES
II	15
IV	20
VI	21
VIII	22
X	20
TOTAL	98

Fuente: Nómina de matrícula Carrera Profesional de Matemática y Física 2020

Diseño: Investigadores

4.3.2. Muestra

La muestra es intencionada; es decir, se tomará los grupos intactos por tratarse de secciones ya conformadas con su respectivo número de estudiantes. Además, dicho tipo de muestreo está justificado por la facilidad de aplicación del método interactivo y el investigador tiene acceso a los Ciclos VII y X.

Tabla N° 01.

Muestra estudiantil de la Carrera Profesional de Matemática y Física

CICLO	GC	GE
II	15	
IV	20	
VI	21	
VIII		22
X		20
TOTAL	56	42

Fuente: Nómina de matrícula Carrera Profesional de Matemática y Física 2020

Diseño: Investigadores

4.4. Nivel y tipo de Investigación.

El tipo de investigación es explicativo (Paragua, 2014), (Hernández, 2010); es decir, es causa – efecto, porque se manipula la variable independiente con la intención de provocar un efecto en la variable dependiente.

Como el estudio es de nivel explicativo, sirve de referente y puede ser reproducido o recreado en cualquier otro escenario, con una contextualización pertinente de los instrumentos de recolección de datos.

4.5. Diseño de la Investigación.

La investigación está clasificada dentro de los diseños experimentales, en ese sentido, el nivel de aprendizaje es de los estudiantes, en consecuencia, es un problema social, debido a ello se justifica la denominación de cuasiexperimental (Paragua, 2008), (Hernández, 2010).

El estudio se realizará con dos grupos: un grupo experimental (GE) que recibirá los beneficios de la aplicación de la variable independiente, y otro, grupo de control (GC), que desarrollará los mismos temas sin la aplicación del método analítico. El esquema del diseño es el siguiente:

GE. O1…………X………O2……….X………O3
GC. O1…………………..O2………………...O3
Leyenda:
GE = Grupo experimental.
GC = Grupo de control.
O1 = Prueba de entrada (observación de entrada).
O2 = Prueba intermedia (observación de proceso).
O3 = Prueba de salida (Observación de salida)
X = Método analítico

4.6. Métodos y descripción de instrumento de recolección de datos

Los datos se recolectarán con las pruebas evaluativas tipo prueba escrita debidamente validadas por menor variabilidad y juicio de expertos, con ítems para desarrollar (Paragua, 2017).

Se empleará tres pruebas de este tipo con nombres de: prueba de entrada (PE), que permitirá diagnosticar el nivel de saberes previos; prueba de proceso (PP) para medir cómo responden los estudiantes a la aplicación de la variable independiente, además, servirá para tomar la decisión de corregir o potenciar la aplicación de la alternativa de solución al problema encontrado en caso fuese necesario; y, prueba final (PF), con la finalidad de medir la efectividad de la aplicación de la variable independiente.

Las pruebas estarán construidas en base a diez preguntas o indicadores, los mismos que serán calificados a dos puntos cada uno, haciendo un total de veinte puntos, lo que permitirá calificarlo en la escala vigesimal (Paragua, 2015; 2017).

4.7. Procedimiento o técnicas de procesamiento de datos

Los datos recolectados serán procesados con Excel, para hallar los estadígrafos de tendencia central y de dispersión, los mismos que serán analizados, interpretados, evaluados y presentados a través de distribuciones de frecuencias y gráficos.
También con los resultados finales se hará la prueba de hipótesis para la diferencia de dos medias, aplicándose la distribución normal Z, por ser la muestra mayor de treinta unidades de análisis.

4.8. Plan de tabulación y análisis de datos

Los datos recogidos constituyen notas sobre la escala vigesimal que se propone para el estudio, ellos miden el nivel de aprendizaje sobre el problema que se investiga, como producto de la alternativa de solución al problema en estudio y propuesto por el investigador, los cuales son cargados y procesados por un software estadístico y arroja como resultado estadígrafos, como: las medidas de tendencia central, las medidas de dispersión, las medidas de forma, los valores extremos, y otros.

El análisis de dichos estadígrafos está a cargo de los investigadores, quien en base al marco teórico que tienen sobre el estudio, compararán, analizarán y evaluarán; y, al final estarán en condiciones de dar las conclusiones sobre lo encontrado como producto del análisis y comparación de los resultados hallados, tanto en el grupo experimental como en el grupo de control.

4.9. Consideraciones éticas

La realización de la investigación científica y el uso de conocimientos científicos como referencias, demanda una conducta ética por parte del investigador; en ese sentido, las conductas no éticas corrompen a la ciencia, produce sesgos y en general no se produce el avance de la ciencia.

La ventaja para no caer en la subjetividad en las investigaciones del enfoque cuantitativo, tiene su base en la redacción que siempre es en tercera persona, además, las investigaciones del enfoque llamado cuantitativo, resuelven problemas satisfaciendo las necesidades de la sociedad; es debido a ello, que la ética debe regular la conducta del investigador

5. Aspectos administrativos

5.1. Recursos humanos

Recursos humanos	Valor parcial	Valor total
Investigadores (3)	2000,00 (c/u)	6000,00
Asesor	200,00	200,00
Otros	800,00	800,00
TOTAL		7000,00

5.2. Recursos materiales y equipos

Recursos materiales y equipo	Valor parcial	Valor total
Laptop	2000,00	2000,00
Impresora	600,00	600,00
Otros	1400,00	1400,00
TOTAL		4000,00

5.3. Presupuesto

Presupuesto	Valor total
Útiles de escritorio	1500,00
Recursos humanos	6000,00
Recursos materiales	4000,00
Servicios	500,00
Otros	2000,00
Total	14000,00
Fuente de financiamiento: El costo de la investigación será asumido por los investigadores	

5.4. Cronograma de actividades

Fases o Etapas y Actividades	2020		2021			
	J-S	O-D	E-M	A-J	J-S	O-D
Elaboración del proyecto	XX		X -			
Presentación del proyecto			X -			
Revisión y aprobación del proyecto			- X	XX		
Revisión bibliográfica	XX	XX	XX	XX	XX	XX
Preparación y validación de instrumentos de recolección de datos			XX	XX		
Trabajo de campo			- X	- X	XX	
Procesamiento y análisis de datos				- X	XX	
Redacción del Informe Final				XX	XX	XX
Presentación y revisión del Informe Final						XXX

6. Referencias bibliográficas

- Barrios, L. C. (2017). Tesis: Método de proyecto productivo y el aprendizaje de química general en estudiantes del primer ciclo de la Facultad de Ingeniería Industrial de la Universidad Nacional Federico Villarreal. Disponible en: http://repositorio.une.edu.pe/bitstream/handle/UNE/3856/TM%20CE-Du%204737%20B1%20-%20Barrios%20Laynes%20Liz%20Catalina.pdf?sequence=1&isAllowed=y

- Di Gravia, A. R. (2006). El problema científico: aspectos lógico-lingüístico y epistemológicos. (tesis Doctoral). Universidad Nacional Experimental Simón Rodríguez. Publicado en: http://padron.entretemas.com.ve/Tesistas/TesisAnaRosa.pdf

- Guevara, C. A. (2011). Propuesta didáctica para lograr aprendizaje significativo del concepto de función mediante la modelación y la simulación. Medellín. Colombia. Disponible en: http://bdigital.unal.edu.co/6821/1/201021674.2012.pdf

- Gvirtz, S., & Palamidessi, M. (1998). El ABC de la tarea docente: currículum y enseñanza. (Vol. 1). Buenos Aires. Aíque. Disponible en: http://pdfhumanidades.com/sites/default/files/apuntes/13_-_GVIRTZ%20Y%20PALAMIDESI%20Cap%20VI%20-la-planificacion.pdf

- Hernández, R. (2010). Metodología de la Investigación. Editorial McGraw-Hill. México D.F.

- Lerner, J. & Gil, L. M. (2001). El método analítico en el ámbito Pedagógico. Revista Universidad EAFIT No. 123. Disponible en: file:///C:/Users/MPM/Downloads/979-Texto%20del%20art%C3%ADculo-3042-1-10-20120621.pdf

- Lopera, J. D. (2010). El método analítico como método natural. Nómadas. Revista Crítica de Ciencias Sociales y Jurídicas Vol. 25(1). Disponible en: https://www.researchgate.net/publication/43070962

- Noreña, R. A. (2013). Funciones racionales en el desarrollo del pensamiento variacional. Disponible en: http://funes.uniandes.edu.co/10857/1/Nore%C3%B1a2013Funciones.pdf

- Nortes, A., & Martínez, R. (1994). Psicología Piagetiana y Educación Matemática. Revista Interuniversitaria de Formación del Profesorado, N° 21, pp. 59-70.

- Paragua, Melecio. (2014). Investigación Científica: Educación Ambiental con análisis estadístico. Editorial Académica Española. ISBN: 978-3-659-02288-3. Disponible en Web:

- https://www.morebooks.de/store/es/book/investigaci%C3%B3n-cient%C3%ADfica/isbn/978-3-659-02288-3

- Paragua, M. (2014). El método gráfico y el aprendizaje del dominio y rango de funciones en alumnos de la carrera profesional de matemática y física de la UNHEVAL-2014. Investigación Valdizana, 8(2), 52-61

- Paragua, M., Paragua, C. A. & Paragua, M. G. (2015). El criterio de la primera y segunda derivada y el aprendizaje de la gráfica de funciones en alumnos de la carrera profesional de matemática y Física de la UNHEVAL – 2015. DIU.

- Paragua, M. y Otros. (2017). Derivada por definición. Método cuatro pasos. Editorial Académica Española. ISBN 978-6202257657

- Paredes, J. (1995). Tesis: Aplicación interactiva por descubrimiento de los usos de recursos y materiales didácticos en educación secundaria estudio de los casos de dos centros.

- Planchart, O. (1999). La visualización y la modelación en la adquisición del concepto de función. Disponible en: http://ponce.inter.edu/cai/tesis/oplanchart/inicio.pdf

- Ruiz, R. (2006). Historia y evolución del pensamiento científico. México. Disponible en: http://www.eumed.net/libros-gratis/2007a/257/7.1.htm

- Ruiz, R. (2007). El método científico y sus partes. México. Disponible en: http://www.index-f.com/lascasas/documentos/lc0256.pdf

- SNTE. (2016). Una mirada a las teorías y corrientes pedagógicas. Compilación. Disponible en: https://bibliospd.files.wordpress.com/2016/01/una-mirada-a-las-teorias-y-corrientes-pedagogicas.pdf

- Torres, L. & Calderón, L. (2000). El dominio de la variable: Variable didáctica en el Álgebra escolar. Revista EMA. Vol. 5, N° 3, 252-266. Disponible en: http://funes.uniandes.edu.co/1121/1/69_Torres2000El_RevEMA.pdf

- Veloz, B. A. & Farfán, R. M. (2014). Construcción de gráficas de funciones. Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A. C. Disponible en: http://funes.uniandes.edu.co/5938/1/VelozConstruccionALME2014.pdf

ANEXO N° 01
MATRIZ DE CONSISTENCIA

Título: Método analítico y aprendizaje de funciones racionales en los estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física, UNHEVAL 2020

PROBLEMA	OBJETIVO	HIPÓTESIS	METODOLOGÏA
Problema General: ¿En qué medida la aplicación del método analítico mejorará el aprendizaje de funciones racionales en estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física, UNHEVAL 2020? **Problemas Específicos**: • ¿Cuál es el nivel de saberes previos respecto a funciones racionales en estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física, UNHEVAL 2020? • ¿Cuál es el nivel de aprendizaje de funciones racionales durante la aplicación del método analítico en estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física, UNHEVAL 2020? • ¿Cuál es el nivel de aprendizaje de funciones racionales al finalizar la aplicación del método analítico en estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física, UNHEVAL 2020? • ¿Cuál es el nivel de aprendizaje de funciones racionales antes y después de la aplicación del método analítico en estudiantes	**Objetivo General** Probar que la aplicación del método analítico mejorará el aprendizaje de funciones racionales en estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física, UNHEVAL 2020. **Objetivos Específicos**: • Determinar el nivel de saberes previos respecto a funciones racionales en estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física, UNHEVAL 2020. • Determinar el nivel de aprendizaje de funciones racionales durante la aplicación del método analítico en estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física, UNHEVAL 2020. • Determinar el nivel de aprendizaje de funciones racionales al finalizar la aplicación del método analítico en estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física, UNHEVAL 2020. • Comparar, analizar y evaluar el nivel de aprendizaje de funciones racionales antes y después de la aplicación del método analítico en estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física, UNHEVAL 2020. • Comparar, analizar y evaluar el nivel de	**Hipótesis General**: **Ho**: La aplicación del método analítico no mejorará el aprendizaje de funciones racionales en estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física, UNHEVAL 2020. **Ha**: La aplicación del método analítico mejorará el aprendizaje de funciones racionales en estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física, UNHEVAL 2020.	Tipo de Investigación: Explicativo Diseño de Investigación: Cuasi experimental Esquema: GE: O1---x---O2---x---O3 GE: O1-------O2--------O3

de la Carrera Profesional de Matemática y Física, UNHEVAL 2020? • ¿Cuál es el nivel de aprendizaje de funciones racionales con y sin la aplicación del método analítico en estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física, UNHEVAL 2020?	aprendizaje de funciones racionales con y sin la aplicación del método analítico en estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física, UNHEVAL 2020.	**Variables:** **Variables Independiente**: Método analítico **Variable Dependiente**: Aprendizaje de funciones racionales	

ANEXO N° 02
MATRIZ DE CONSISTENCIA

Título: Método analítico y aprendizaje de funciones racionales en los estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física, UNHEVAL 2020

<table>
<tr><th>POBLACIÓN</th><th>MUESTRA</th><th>INSTRUMENTOS</th></tr>
<tr>
<td>Para la población se ha considerado a todos los estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física de la UNHEVAL, del ciclo par, matrícula 2020, distribuidos de la siguiente manera:

Tabla Nº 1. Estudiantes de la carrera profesional de Matemática y Física – 2020
<table>
<tr><th>CICLO</th><th>N° DE ESTUDIANTES</th><th>TOTAL</th></tr>
<tr><td>II</td><td>20</td><td>20</td></tr>
<tr><td>IV</td><td>25</td><td>25</td></tr>
<tr><td>VI</td><td>30</td><td>30</td></tr>
<tr><td>VIII</td><td>25</td><td>25</td></tr>
<tr><td>X</td><td>20</td><td>20</td></tr>
<tr><td>TOTAL</td><td>120</td><td>120</td></tr>
</table>
Fuente: Nomina de matrícula – 2020
Elaboración: Los investigadores</td>
<td>La muestra para el estudio es no aleatoria, se toma como grupo experimental a aquellos ciclos donde el investigador tiene una asignatura, con la finalidad de tener control sobre la muestra. Dicha distribución es de la siguiente manera:

Tabla Nº 02. Muestra de estudiantes del VIII y X ciclos de la escuela profesional de Matemática y Física de la UNHEVAL – 2020
<table>
<tr><th>CICLO</th><th>N° de Estudiantes</th><th>GC</th><th>GE</th></tr>
<tr><td>II</td><td>20</td><td>20</td><td></td></tr>
<tr><td>IV</td><td>25</td><td>25</td><td></td></tr>
<tr><td>VI</td><td>30</td><td>30</td><td></td></tr>
<tr><td>VIII</td><td>25</td><td></td><td>25</td></tr>
<tr><td>X</td><td>20</td><td></td><td>20</td></tr>
<tr><td>TOTAL 120</td><td></td><td>75</td><td>45</td></tr>
</table>
Fuente: Nomina de matrícula – 2020
Elaboración: Los investigadores</td>
<td>Prueba evaluativa
Prueba de entada (PE)
Prueba de proceso (PP)
Prueba final (PF)</td>
</tr>
</table>

ANEXO N° 03

INTSRUMENTO DE RECOLECCIÓN DE DATOS

PRUEBA DE ENTRADA

1. La Forma general de una función de primer grado es $f(x) = ax + b$. Identifica cada uno de los elementos.
2. La forma general de la función de segundo grado es $f(x) = ax^2 + bx + c$. Diga ¿cuáles son funciones de segundo grado y cuáles no?

   $f(x) = x^2$ $\quad$ $f(x) = 6x + 6$ $\quad$ $f(x) = 8$
3. Una recta pasa por los puntos: $(-1; 5) y\ (1; -5)$. Halla la ecuación que le corresponde.
4. Diga si tiene un máximo o un mínimo las funciones siguientes:

   $f(x) = -6 - 8x - x^2$ ……………………………………………………..

   $f(x) = 6 + 8x + x^2$ ……………………………………………………..
5. Dibuja la gráfica de la función $f(x) = 1{,}5x^2$
6. Grafica la parábola siguiente $f(x) = -x^2 + 4x + 3$
7. Grafica la función $f(x) = 6 - 2x$
8. Halla los puntos de corte con los ejes coordenados de la función $f(x) = -0{,}75x + 1{,}5$
9. Cuál es la pendiente de la función $f(x) = \frac{3x+6}{2}$
10. Grafica la función $f(x) = 2 + x - x^2$, luego halla su punto máximo.

ANEXO N° 04

INTSRUMENTO DE RECOLECCIÓN DE DATOS

PRUEBA DE PROCESO

1. Responda: ¿Cuáles de las siguientes funciones es racional?

   $f(x) = \frac{1}{x}$ ....

   $f(x) = \frac{4}{3x^{-2}}$ ....

   $f(x) = 2x^{-1}$ ....

   $f(x) = \frac{2x+2}{4}$ ....

2. Halla el dominio de la función $f(x) = \frac{2x-7}{x-3}$
3. Grafica a la función $f(x) = \frac{-2x+1}{x+1}$
4. De la función $f(x) = \frac{x+1}{x-2}$, halla su intercepto con el eje x y con el eje y
5. Halla las asíntotas vertical y horizontal de la función $f(x) = \frac{-2x+1}{x+1}$
6. Halla el Dominio y Rango de la función $f(x) = -\frac{4}{x}$
7. Halla el intercepto con el eje horizontal y con el eje vertical de la función $f(x) = -\frac{4}{x}$
8. Se tiene la función $f(x) = \frac{3x-11}{x-4}$. Halla sus asíntotas horizontal y vertical.
9. Se tiene la función $f(x) = \frac{3x-11}{x-4}$. Halla 3 puntos antes y después de la asíntota vertical, sobre la gráfica.
10. Se tiene la función $f(x) = \frac{3x-11}{x-4}$. Halla su dominio y rango.

ANEXO N° 04

INTSRUMENTO DE RECOLECCIÓN DE DATOS

PRUEBA DE PROCESO

1. Se tiene la función $f(x) = -3 - \frac{5}{x-2}$. Grafica y halla el dominio y rango.
2. Se tiene la función $f(x) = -3 - \frac{5}{x-2}$. Halla la asíntota vertical y la asíntota horizontal.
3. Se tiene la función $f(x) = -3 - \frac{5}{x-2}$. Halla el intercepto con el eje x y con el eje y.
4. Se tiene la función $f(x) = -2 - \frac{4}{x}$. Grafica y halla el dominio y rango
5. Se tiene la función $f(x) = -2 - \frac{4}{x}$. Halla la asíntota vertical y la asíntota horizontal.
6. Se tiene la función $f(x) = -2 - \frac{4}{x}$. Halla el intercepto con el eje x y con el eje y
7. Se tiene la función $f(x) = 1 + \frac{2}{x-3}$. Grafica y halla el dominio y rango.
8. Se tiene la función $f(x) = 1 + \frac{2}{x-3}$. Halla la asíntota vertical y la asíntota horizontal.
9. Se tiene la función $f(x) = 1 + \frac{2}{x-3}$. Halla el intercepto con el eje x y con el eje y
10. Se tiene la función $f(x) = 2 + \frac{-3}{x+4}$. Grafica y halla el dominio y rango.